Лекция 5 (11 мая)

Содержание

1. Доказательство технической леммы о подстановке равных термов в термы и формулы. Ее следствие: в модели полной теории Хенкина, построенной из замкнутых термов $|\varphi(t)|=|\varphi(\underline{t})|$.

В дальнейшем все теории с равенством и модели нормальные.

2. Теорема Лёвенгейма — Сколема о повышении мощности: если теория T в сигнатуре L имеет конечные модели неограниченной мощности и $|L| \leq k$, то T имеет модель мощности k.
3. k-категоричность. Признак полноты Лося — Вота: если теория T в сигнатуре L не имеет конечных моделей и k-категорична для некоторого $k \geq |L|$, то T полна.
4. Пример: теория DLO неограниченных плотных линейных порядков. Она $\aleph_0$-категорична (теорема Кантора, см. лекцию 6).
5. Пример: теория бесконечных множеств в сигнатуре {=}. Она k-категорична для всех бесконечных k.
6. Пример: теория TFDA делимых абелевых групп без кручения в сигнатуре {+,0,=}. Она k-категорична для всех несчетных k.

План доказательства:

(0) Модель этой теории является векторным пространством над **Q**.

(1) Если модели изоморфны как группы, то они изоморфны как векторные пространства.

(2) Теорема Хамеля: всякое векторное пространство имеет базис.

(3) Если базис пространства V (над **Q**) бесконечной мощности k, то и V – мощности k.

(4) Если базисы векторных пространств равномощны, то пространства изоморфны.