

## Задачи по НИС "Математика физических явлений"

Решить по одной задаче из разделов 1,2,4,5. Из раздела 3 решить две задачи - 5 или 6 и 7 или 8. На зачете могут быть дополнительные вопросы по остальным задачам.

### Раздел 1

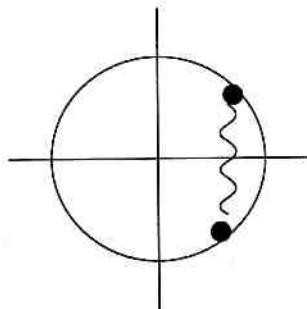


Рис. 1: Задача 2

1. Написать уравнения Эйлера-Лагранжа, описывающие свободное движение частицы на конусе в координатах  $z, \phi$ . Уравнение "прямой" на конусе (например, из зависимостей  $z(t), \phi(t)$ , написать зависимость  $\phi(z)$  для траектории свободного движения.

2. Лагранжево описание двух частиц, свободно движущихся по кольцу и связанных пружиной произвольной длины (в нерастянутом состоянии). Пружина соединяет частицы по прямой, а не по кольцу.

### Раздел 2

3. Описать движение 2-частиц с одинаковыми массами и противоположными зарядами, связанных пружиной, когда они влетают в область однородного магнитного поля (полупространство  $x > 0$ ) с начальной скоростью  $V_0$ , как показано на рисунке. (Кулоновским взаимодействием между зарядами пренебречь).

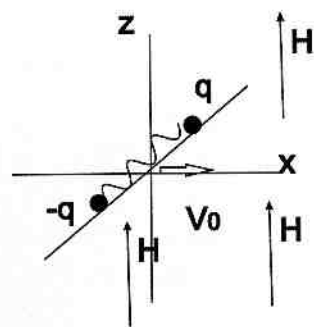


Рис. 2: Задача 3

4. То же, если они связаны жесткой штангой и в начальный момент штанга направлена по оси X.

### Раздел 3

5. Провести прямое вычисление полного потока электрического поля одиночного заряда через сферу, если заряд смещен относительно центра сферы на заданную величину.

6. Провести прямое вычисление полного потока электрического поля одиночного заряда через две (бесконечные) параллельные плоскости, если заряд находится в произвольном месте между плоскостями.

7. Определить силу, с которой равномерно заряженный шар, расположенный на заданном расстоянии от плоской поверхности диэлектрика, притягивается к диэлектрику (диэлектрическая проницаемость которого  $\epsilon$ ).

8. Определить силу, с которой равномерно заряженная палочка заданной длины и пренебрежимо малого диаметра, расположенная горизонтально поверхности, притягивается к поверхности диэлектрика с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ .

### Раздел 4

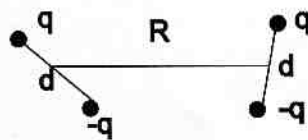


Рис. 3: Задача 9

9. Написать, с какой силой взаимодействуют два диполя на больших расстояниях. Использовать условие  $R \gg d$ .

а) случай, когда все заряды лежат в одной плоскости

в) случай, когда оси обоих диполей перпендикулярны оси, соединяющей центры диполей (но произвольно повернуты друг относительно друга).

10. Определить величину напряженности магнитного поля на оси кольца с током  $j$ , вычислив векторный потенциал такого кольца и воспользовавшись формулой  $\mathbf{H} = \text{rot}\mathbf{A}$

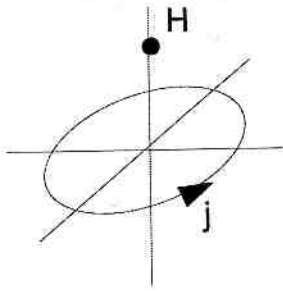


Рис. 1: Задача 10

## Раздел 5

11. Вычислить  $\text{rot}\mathbf{v}$  для случая

- линейно растущей от дна реки скорости однородного потока  $\mathbf{v}(r) = v_x^0 \cdot z$
- Обычного вращения вокруг оси  $z$  с  $v_\phi(r) = \omega \cdot r$
- Вихревого вращения сверхтекучей жидкости вокруг оси  $z$  с  $v_\phi(r) = \kappa/r$

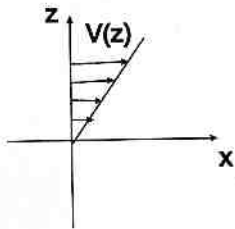


Рис. 2: Задача 11a

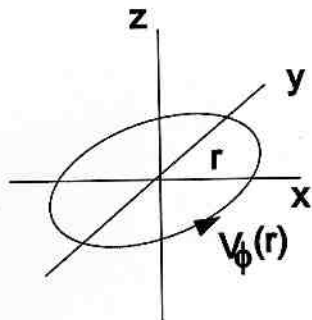


Рис. 3: Задача 11b,c

12. Магнитное поле параллельное плоской поверхности сверхпроводника ( $z=0$ ) затухает вглубь сверхпроводника по закону:  $B(z) = B_0 e^{-z/\lambda}$ . Ось  $z$  перпендикулярна поверхности сверхпроводника, поле однородно и направлено по оси  $x$ .

Найти направление и величину тока, текущего в сверхпроводнике из уравнения Максвелла  $\text{rot}\mathbf{B} = \frac{4\pi}{c}\mathbf{j}$