

Научно-исследовательский семинар «Геометрия и динамика» (годовой)

А. И. Буфетов, А. В. Дымов, А. В. Клименко, Г. И. Ольшанский, А. С. Скрипченко

На семинаре будут разбираться различные сюжеты, имеющие отношение к геометрии и теории динамических систем. Семинар ориентирован в первую очередь на младшекурсников: доклады будут доступны для студентов, начиная с первого курса. Мы, однако, приглашаем всех желающих.

Некоторые темы, которые будут обсуждаться на семинаре:

Цепные дроби и наилучшие приближения. Как приблизить иррациональное число рациональным с заданной точностью, так чтобы знаменатель рационального приближения был возможно меньшим?

Символическое кодирование. Что общего у отображения $x \mapsto \{2x\}$ единичного отрезка с подбрасыванием монетки?

Гомеоморфизмы окружности. Два гомеоморфизма f и g окружности (непрерывных взаимно однозначных отображения) называются топологически сопряжёнными, если существует третий гомеоморфизм h , их сопрягающий: $f \circ h = h \circ g$. Число вращения гомеоморфизма — это некоторое число, которое сохраняется при топологическом сопряжении, поэтому различные числа вращения у f и g гарантируют отсутствие сопряжения. Но достаточно ли совпадения чисел вращения для его существования? Оказывается, что ответ на этот вопрос зависит от степени гладкости f и g .

Предельное поведение траекторий. Что можно сказать про множества точек, к которым траектория $\gamma(t)$ системы подходит сколь угодно близко и при сколь угодно большом t ? Ответ зависит от того, на каком множестве «живёт» система: для двумерных плоскости и сферы удаётся дать исчерпывающее описание (теорема Пуанкаре—Бендиксона), в то время как в более высоких размерностях или на более сложных двумерных поверхностях (например, на торе) возможно весьма сложное поведение траекторий.

Неархимедовы поля: алгебра и геометрия. Поле вещественных чисел $\mathbb{R}$ возникает в результате пополнения поля рациональных чисел $\mathbb{Q}$. Однако у $\mathbb{Q}$ есть бесконечная серия других пополнений, приводящих к полям p -адических чисел. Это один из примеров так называемых неархимедовых полей. При всём отличии неархимедовых полей от привычных полей $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, на их основе можно строить и анализ, и геометрию. В частности, существует неархимедов аналог геометрии Лобачевского, неархимедов аналог диффеоморфизмов окружности и многое другое.

Перекладывания отрезков. Как обобщенное отображение поворота на иррациональный угол может помочь разобраться с поведением слоев измеримого слоения на ориентируемой поверхности, и при чём тут бильярды в рациональных многоугольниках?

Идеальный газ и его эргодические свойства. Как теория вероятностей и динамика объясняют распределение молекул в газе из абсолютно упругих шариков?

Теорема Пуанкаре о возвращении, гамильтонова механика и парадокс Цермело. Может ли траектория динамической системы «уйти и не вернуться», как это связано с классической механикой, а также как загнать джинна обратно в бутылку.

Задача трёх тел. В грубейшем приближении Земля взаимодействует только с Солнцем и, значит, движется по эллипсу. Если же учесть влияние хотя бы самой большой из планет Солнечной системы — Юпитера, то ситуация становится гораздо менее прозрачной.

Семинар будет проводиться на русском языке.