

# **R-матрица: происхождение и применение в теории групп кос и квантовых группах**

**П.Н. Пятов, П.А. Сапонов**

## **АННОТАЦИЯ**

В данном курсе рассматриваются свойства и приложения одного из самых известных объектов современной математической физики — так называемой,  $R$ -матрицы. В качестве простейшего примера  $R$ -матрицы можно представить числовую матрицу, которая является решением уравнения Янга-Бакстера, известного также как соотношение Артина или уравнение кос.

Сферы применения  $R$ -матриц в настоящее время очень широки и разнообразны — от точно решаемых моделей статистической физики, квантовой механики и квантовой теории поля до проблем построения инвариантов зацеплений и структурной теории квантовых матричных алгебр. В этой связи интересно отметить, что физик Янг и математический физик Бакстер, чьи имена носит знаменитое теперь уравнение, занимались совершенно разными задачами. Янг вывел это уравнение, исследуя систему взаимодействующих частиц на прямой, а Бакстер пришел к этому уравнению, занимаясь задачей из теории сплошных сред — он пытался построить модель льда, которая позволила бы теоретически описать свойства фазового перехода лед-вода.

Основной задачей нашего курса будет знакомство слушателей с алгебраическими корнями происхождения  $R$ -матрицы и ее ролью в теории квантовых групп и, шире, в теории квантовых матричных алгебр.

Для понимания курса требуется знание основ линейной алгебры и теории групп. Впрочем, все необходимые понятия будут, по возможности, напоминаться в процессе занятий. Курс рассчитан на студентов 3-4 курса бакалавриата и магистрантов.

## **ПРИМЕРНЫЙ СПИСОК ТЕМ КУРСА**

- Группа кос  $B_n$ . Конечномерные факторы групповой алгебры  $C[B_n]$ : алгебра Ивахори-Гекке  $H_n(q)$  и симметрическая группа  $S_n$ . Два замечательных набора элементов: операторы Юциса-Мерфи и бакстеризованные элементы. Конструкция примитивных идемпотентов и неприводимых представлений  $H_n(q)$ . Связь с диаграммами и таблицами Юнга.
- $R$ -матричные представления группы кос. Примеры  $R$ -матриц, семейства  $R$ -матриц  $GL(m|n)$  типа.  $R$ -след (часто именуемый квантовым) и инварианты зацеплений.
- Понятие об алгебрах Хопфа: коумножение, коединица и антипод с точки зрения теории представлений. Двойственные алгебры Хопфа. Квазитреугольные алгебры Хопфа и универсальная  $R$ -матрица.
- Квантованная алгебра функций на группе как алгебра Хопфа — так называемая, RTT-алгебра. „Квантовый“ определитель и антипод.
- Квантованная универсальная обертывающая алгебра — двойственная алгебра Хопфа к RTT-алгебре. Треугольное разложение. Конструкция центра с использованием  $R$ -следа. Алгебра уравнения отражений.
- (★) Квантовые матричные алгебры. Структура их характеристических подалгебр. Собственные значения квантовых матриц и алгебра их симметрических функций. Квантовые версии соотношений Ньютона и теоремы Гамильтона-Кэли.
- (★) Теория конечномерных разложимых представлений алгебры уравнения отражений.