

Аффинная геометрия

1. Докажите, что аффинное преобразование плоскости \mathbb{A}^2 переводит:
 - а) аффинно независимую тройку точек (то есть тройку точек, не лежащих на прямой) в аффинно независимую;
 - б) прямые в прямые, сохраняя отношения длин отрезков, лежащих на одной прямой.
2. Существует ли аффинное преобразование прямой \mathbb{R}^1 , переводящее точки 5, 6, 7 в точки 2, 3, 4 соответственно?
3. Пусть A, B, C - вершины невырожденного треугольника. Как связаны координаты точки в аффинных системах координат (аффинных реперах) $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ и $(B, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})$?
4. Найдите аффинное преобразование, которое точки $(-1, 2), (2, 1), (1, -1)$ переводит в точки $(-3, 0), (6, 2), (10, -1)$ соответственно. Есть ли у этого преобразования неподвижная точка; неподвижная прямая; инвариантная прямая? Те же вопросы относительно аффинного преобразования $(x'_1, y'_1) = (x - 2y + 2, 2x - y + 2)$.
5. Существует ли аффинное преобразование плоскости \mathbb{R}^2 , которое прямые $x = 0, y = 0, x + y - 1 = 0$ переводит в прямые $x + y = 0, x - y = 0, x = 1$ соответственно?
6. Напишите систему линейных неравенств, определяющих внутренность треугольника с вершинами $(2, 1), (2, -5), (-4, -1)$.
7. Докажите, что если O - центр окружности, вписанной в треугольник ABC , то $O = \frac{a}{a+b+c}A + \frac{b}{a+b+c}B + \frac{c}{a+b+c}C$.
8. Докажите, что середины диагоналей выпуклого четырехугольника и середина отрезка, соединяющего точки пересечения его противоположных сторон, лежат на одной прямой.