

Теория струн и КТП. Задачи 5

1. Найдите преобразование, оставляющее действие Лиувилля

$$S[\phi] = \int ((\partial_\mu \phi)^2 + e^\phi) d^2 z$$

конформно инвариантным. Найдите соответствующий ему по теореме Нётер тензор энергии-импульса.

2. Сделайте то же самое для фермионной вс-системы $S[b, c] = \int b \bar{\partial} c d^2 z$ с размерностями полей j и $1 - j$
3. Найдите тензор энергии-импульса для действительных фермионов

$$S[\psi] = \int \psi(z) \bar{\partial} \psi(z) d^2 z$$

Вычислите действие на вакуум и на состояние $\psi_{-\frac{1}{2}}|0\rangle$ операторов $L_2, L_1, L_0, L_{-1}, L_{-2}, L_{-1}^2$. Не оказались ли какие-то из векторов линейно зависимыми?

4. Для тензора энергии-импульса $T(z) = \frac{1}{2} : J(z)^2 : + \alpha J(z)$ вычислите действие на вакуум $|p\rangle$ ($J_0|p\rangle = p|p\rangle$) операторов L_{-2} и L_{-1}^2 . Бывают ли эти вектора линейно зависимыми? Чему равно соответствующее p при $\alpha = 0$?
5. Подействуйте нулевой модой оператора размерности 1 $Q_- = e^{-i\sqrt{2}\phi(z)}$ на вакуум $|\frac{3}{\sqrt{2}}\rangle$. Что можно сказать о полученном состоянии?
6. Зная операторное разложение

$$T(z)\phi_\Delta(w) = \frac{\Delta\phi_\Delta(w)}{(z-w)^2} + \frac{\partial\phi_\Delta(w)}{z-w} + reg.$$

вычислите коммутатор $[L_n, \phi_\Delta(w)]$

7. Вычислите скалярное произведение $\langle \Delta | L_1 L_{-1} | \Delta \rangle$ и матричные элементы $\langle \Delta_\infty | \phi_\Delta(t) | \Delta_0 \rangle$, $\langle \Delta_\infty | \phi_\Delta(t) L_{-1} | \Delta_0 \rangle$, $\langle \Delta_\infty | L_1 \phi_\Delta(t) | \Delta_0 \rangle$.
8. Вычислите до первого порядка по t выражение (конформный блок)

$$\langle \Delta_\infty | \phi_{\Delta_1}(1) \phi_{\Delta_2}(t) | \Delta_0 \rangle$$