Экзамен по геометрии 22 декабря 2016 года
Вариант 1

1. Известно, что у некоторого тела в E^3 есть ровно две плоскости симметрии. Доказать, что они перпендикулярны.

2. Рассмотрим в E^3 преобразование подобия с коэффициентом $k = 1/2$.Сколько неподвижных точек может быть у такого преобразования?

3. В вещественном проективном пространстве $\mathbb{P}^3$ даны точки $A_0 = (1 : 0 : 0 : 0)$, $A_1 = (0 : 1 : 0 : 0)$, $A_2 = (0 : 0 : 1 : 0)$, $A_3 = (0 : 0 : 0 : 1)$, $X = (1 : 2 : -1 : 1)$. Найдите уравнение прямой l через точку X, пересекающей прямые $m = A_0A_1$ и $n = A_2A_3$, и проективные координаты точек $Y = l \cap m$ и $Z = l \cap n$.

4. Найти площадь овала, который лежит в сечении параболоида $X^2 + Y^2 = Z$ плоскостью $2X + Y - Z = 1$ (декартова система координат).

5. В проективном пространстве $\mathbb{P}^2$ над полем из 7 элементов задан проективный репер $A_0 = (1 : 0 : 0)$, $A_1 = (0 : 1 : 0)$, $A_2 = (0 : 0 : 1)$, $A_3 = (1 : 1 : 1)$. Проективное преобразование переводит точку A_0 в точку A_1, точку A_1 – в точку A_2, точку A_2 – в точку A_0, а точку A_3 переводит в себя. Найти все неподвижные точки этого преобразования.

Экзамен по геометрии 22 декабря 2016 года
Вариант 2

1. Известно, что у некоторой фигуры в E^2 есть ровно две оси симметрии. Доказать, что они перпендикулярны.

2. Рассмотрим в E^3 преобразование подобия с коэффициентом $k = 2$. Сколько неподвижных точек может быть у такого преобразования?

3. В вещественном проективном пространстве $\mathbb{P}^3$ даны точки $A_0 = (1 : 0 : 0 : 0)$, $A_1 = (0 : 1 : 0 : 0)$, $A_2 = (0 : 0 : 1 : 0)$, $A_3 = (0 : 0 : 0 : 1)$, $X = (1 : 2 : -1 : 1)$. Найдите уравнение прямой l через точку X, пересекающей прямые $m = A_0A_2$ и $n = A_1A_3$, и проективные координаты точек $Y = l \cap m$ и $Z = l \cap n$.

4. Найти площадь овала, который лежит в сечении параболоида $X^2 + Y^2 = Z$ плоскостью $3X + Y - Z = 1$ (декартова система координат).

5. В проективном пространстве $\mathbb{P}^2$ над полем из 7 элементов задан проективный репер $A_0 = (1 : 0 : 0)$, $A_1 = (0 : 1 : 0)$, $A_2 = (0 : 0 : 1)$, $A_3 = (1 : 1 : 1)$. Проективное преобразование переводит точку A_0 в точку A_1, точку A_1 – в точку A_2, точку A_2 – в точку A_0, а точку A_3 переводит в себя. Найти все инвариантные прямые этого преобразования.

Экзамен по геометрии 22 декабря 2016 года
Вариант 3

1. Известно, что у некоторого тела в E^3 есть ровно две плоскости симметрии. Доказать, что они перпендикулярны.

2. Рассмотрим в E^3 преобразование подобия с коэффициентом $k = 1/3$.Сколько неподвижных точек может быть у такого преобразования?

3. В вещественном проективном пространстве $\mathbb{P}^3$ даны точки $A_0 = (1 : 0 : 0 : 0)$, $A_1 = (0 : 1 : 0 : 0)$, $A_2 = (0 : 0 : 1 : 0)$, $A_3 = (0 : 0 : 0 : 1)$, $X = (1 : 2 : -1 : 1)$. Найдите уравнение прямой l через точку X, пересекающей прямые $m = A_0A_3$ и $n = A_1A_2$, и проективные координаты точек $Y = l \cap m$ и $Z = l \cap n$.

4. Найти площадь овала, который лежит в сечении параболоида $X^2 + Y^2 = Z$ плоскостью $4X + Y - Z = 1$ (декартова система координат).

5. В проективном пространстве $\mathbb{P}^2$ над полем из 5 элементов задан проективный репер $A_0 = (1 : 0 : 0)$, $A_1 = (0 : 1 : 0)$, $A_2 = (0 : 0 : 1)$, $A_3 = (1 : 1 : 1)$. Проективное преобразование переводит точку A_0 в точку A_1, точку A_1 – в точку A_2, точку A_2 – в точку A_0, а точку A_3 переводит в себя. Найти все неподвижные точки этого преобразования.

Экзамен по геометрии 22 декабря 2016 года
Вариант 1

1. Известно, что у некоторого тела в E^3 есть ровно две плоскости симметрии. Доказать, что они перпендикулярны.

2. Рассмотрим в E^3 преобразование подобия с коэффициентом $k = 1/2$.Сколько неподвижных точек может быть у такого преобразования?

3. В вещественном проективном пространстве $\mathbb{P}^3$ даны точки $A_0 = (1 : 0 : 0 : 0)$, $A_1 = (0 : 1 : 0 : 0)$, $A_2 = (0 : 0 : 1 : 0)$, $A_3 = (0 : 0 : 0 : 1)$, $X = (1 : 2 : -1 : 1)$. Найдите уравнение прямой l через точку X, пересекающей прямые $m = A_0A_1$ и $n = A_2A_3$, и проективные координаты точек $Y = l \cap m$ и $Z = l \cap n$.

4. Найти площадь овала, который лежит в сечении параболоида $X^2 + Y^2 = Z$ плоскостью $2X + Y - Z = 1$ (декартова система координат).

5. В проективном пространстве $\mathbb{P}^2$ над полем из 7 элементов задан проективный репер $A_0 = (1 : 0 : 0)$, $A_1 = (0 : 1 : 0)$, $A_2 = (0 : 0 : 1)$, $A_3 = (1 : 1 : 1)$. Проективное преобразование переводит точку A_0 в точку A_1, точку A_1 – в точку A_2, точку A_2 – в точку A_0, а точку A_3 переводит в себя. Найти все неподвижные точки этого преобразования.