

Семинар 1

До 1 июля 2017 года работа (если это не оговорено специально) кипит в поле, характеристика которого не равна 2. Все пространства до лета конечномерны.

1. Если бинарная форма $x^2 + \alpha y^2$ представляет числа α_1, α_2 из поля F , то она представляет и их произведение. Доказать.

2. Доказать, что бинарные формы $X^2 + XY + 6Y^2$ и $2X^2 - XY + 3Y^2$ эквивалентны над \mathbb{R} . Эквивалентны ли эти формы над полем \mathbb{Q} ?

3. Доказать, что тернарная квадратичная форма над полем из трех элементов $(0, 1, 2)$ эквивалентна либо форме $x^2 + y^2 + z^2$, либо форме $x^2 + y^2 + 2z^2$, причем две эти формы не эквивалентны.

4. С помощью техники элементарных преобразований (или методом Лагранжа) найти матрицу T , которая приводит вещественную тернарную квадратичную форму $X^2 + 3Y^2 + 7Z^2 + 4XY - 2XZ$ к диагональному виду.

5. Найти 2017 рациональных решений уравнения $3X^2 - 2Y^2 - Z^2 = 5$ (подсказка: использовать изотропный вектор $(1, 1, 1)$).