

## Семинар 2

$V \perp U$  обозначает ортогональную прямую сумму пространств.

1. Объясните, как с помощью невырожденной симметричной билинейной формы можно канонически отождествить векторное пространство с его двойственным.

2. Пусть  $W \in V$  подпространство невырожденного квадратичного пространства  $V$ . Доказать, что

а)  $\dim W + \dim W^\perp = \dim V$ ;

б)  $(W^\perp)^\perp = W$ ;

в) если дополнительно предположить, что квадратичное подпространство  $W$  невырожденно, то  $W \perp W^\perp = V$ .

3. Пусть  $W \in V$  подпространство невырожденного квадратичного пространства  $V$ . Доказать эквивалентность следующих утверждений:

а)  $(W^\perp) \cap W = 0$ ;

б)  $W$  – невырожденное квадратичное подпространство;

в)  $W^\perp$  – невырожденное квадратичное подпространство.

4. Докажите, что в анизотропном квадратичном пространстве работает алгоритм ортогонализации базиса Грама-Шмидта.

5. Привести пример невырожденного квадратичного пространства  $V$  и такого его ненулевого подпространства  $W$ , что  $W \in W^\perp$ .