

## Семинар 5

1. Пусть  $G$  – вещественная симметрическая матрица квадратичной формы. Известно, что все ее собственные значения лежат на отрезке  $[1, 2]$ . Доказать, что квадратичная форма с матрицей  $G - \lambda E$  положительно определена (т.е. принимает положительное значение на любом ненулевом векторе), если  $\lambda < 1$ , и отрицательно определена, если  $\lambda > 2$ .

2. Найти ортогональное преобразование, которое квадратичную форму  $2x_1x_2 + 2x_2x_3$  приводит к каноническому виду.

3. Плоскость проходит через три точки  $(1, 1, 1, 1)$ ,  $(3, 0, 1, 1)$ ,  $(1, 1, -1, 2)$ , а прямая – через две точки  $(4, 2, 1, 6)$ ,  $(0, 4, 5, 4)$ . Найти кратчайшее расстояние между прямой и плоскостью.

4. Найти прямолинейные образующие поверхности  $x^2 + y^2 - z^2 = 1$ , проходящие через точку  $(1, 1, 1)$ .

5. Определить вид линии пересечения поверхности из задачи 4 с плоскостью  $3x + 4y - 5z = 0$ .