

Проективная и алгебраическая геометрия.

К занятию 17.02.

Ожидаются, наконец, рассказы Димы Сморгча "Метрическая теория коник с проективной точки зрения" и Максима Ширяшкина о проективном доказательстве евклидовых теорем о пересечении медиан, биссектрис и высот.

На очереди аналогичные неевклидовы теоремы — хорошо бы кто-нибудь взялся их разобрать (я дам материал) и рассказать. Пока же к ним было задано на следующий раз два подготовительных вопроса:

- (1) Как в модели Кэли-Клейна построить середину отрезка AB ?
- (2) Как построить перпендикуляр из точки на прямую AB ?

Напомним, что такое модель Кэли-Клейна плоскости Лобачевского \mathbb{P} : \mathbb{P} есть внутренность единичного круга, границу которого (окружность) мы обозначим через ω . Прямая в \mathbb{P} , соединяющая пару точек $A, B \in \mathbb{P}$, есть по определению пересечение прямой (AB) с \mathbb{P} . Расстояние $d(AB)$ между точками A и B определяется как модуль логарифма двойного отношения $(ABXY)$:

$$d(AB) = |\ln(ABXY)|,$$

где X и Y — точки пересечения окружности ω с прямой (AB) .

Кроме того, из прошлого списка остались:

- задача 7 — это простая и важная задача, просьба всем ее продумать!
- трудная задача 14.

И еще две задачи на пучки квадрики в \mathbb{P}^3 :

- (1) Две различные неособые квадрики проходят через прямые l , m и m' , причем прямые m и m' скрещиваются и обе пересекают прямую l . Докажите, что эти квадрики пересекаются по четырем прямым l , l' , m и m' , причем прямая l' пересекает m и m' . Может ли прямая l' совпасть с l ? (Если да, то надо построить пример!)
- (2) Две различные неособые квадрики проходят через пересекающиеся прямые l и m . Докажите, что в общем случае эти квадрики пересекаются также по некоторой плоской конике C , пересекающей каждую из прямых l и m в одной точке. Может ли C совпасть с $l \cup m$? (Если да, то надо построить пример!)