

Семинар 6

1. Найти сопряженный оператор для оператора A в трехмерном евклидовом пространстве: $Ax = [x, a]$, где $[,]$ – векторное произведение, а a – фиксированный вектор.

2. В пространстве многочленов степени ≤ 2 задано скалярное произведение: $(f, g) = \sum_{i=0}^2 a_i b_i$, если $f(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$, $g(t) = b_0 + b_1 t + b_2 t^2$. В базисе $(1, t, \frac{3}{2}t^2 - \frac{1}{2})$ найти матрицу оператора дифференцирования и сопряженного к нему оператора.

3. Пусть x – собственный вектор оператора A с собственным значением λ , а y – собственный вектор сопряженного оператора с собственным значением μ , причем $\lambda \neq \mu$. Доказать, что $x \perp y$.

4. Доказать, что расстояние $d(P_1, P_2)$ между двумя плоскостями $P_1 = x_1 + L_1$ и $P_2 = x_2 + L_2$ равно длине перпендикуляра, опущенного из вектора $x_1 - x_2$ на подпространство $L = L_1 + L_2$.

5. Найти отношение ортогональной проекции ребра n -мерного куба на его диагональ к диагонали куба.