

Группы и алгебры Ли II

Семинар 4

1. Выпишите явно характеры фундаментальных и присоединённого представлений \mathfrak{sl}_3 .
2. Вычислите характеры всех фундаментальных и присоединённого представлений \mathfrak{sl}_n .
3. Алгебра Ли называется редуктивной, если её радикал совпадает с её центром. Докажите, что \mathfrak{gl}_n является редуктивной.
4. Вычислите действие квадратичного оператора Казимира для \mathfrak{sl}_3 в присоединённом представлении.
5. Вычислите размерность максимальной коммутативной подалгебры в \mathfrak{sl}_n . Единственна ли коммутативная подалгебра максимальной размерности?
6. Тот же вопрос для \mathfrak{sp}_{2n} и \mathfrak{so}_n .
7. Найдите количество компонент связности групп GL_n над вещественными и комплексными числами.