

Листок 8

1. Доказать, что площадь сферического треугольника ABC равна $\angle A + \angle B + \angle C - \pi$.
2. Доказать, что на гиперболической плоскости ортогональное проектирование на прямую не увеличивает расстояние.
3. Докажите, что любую пару параллельных прямых на гиперболической плоскости можно движением перевести в любую другую пару параллельных прямых.
4. Докажите конгруэнтность любых двух идеальных треугольников.
5. Построить с помощью (гиперболических) циркуля и линейки общий перпендикуляр к двум расходящимся прямым.
6. Получить следующие зависимости между сторонами и углами прямоугольного треугольника ABC с прямым углом C :
$$\tanh a = \tanh a \cos B$$
$$\tanh a = \sinh b \tan A$$
$$\cosh c = \cot A \cot B.$$
7. Сравните длину средней линии гиперболического треугольника с половиной длины противолежащей стороны. Что больше и почему.
8. Сравните углы гиперболического треугольника со сторонами 3, 6, 7 с соответственными углами евклидова треугольника с теми же длинами сторон. У кого углы больше и почему.
9. Пусть $0 < \beta_i < \pi$ и $\sum_{i=1}^n \beta_i < \pi(n - 2)$. Доказать, что существует выпуклый гиперболический n -угольник с углами β_i (довольно трудно, если решать самому).
10. Описать (с точностью до сопряженности) все максимальные связные коммутативные подгруппы группы $SO(2, 1)$.