

## Занятие 9. Гармонические функции

1. Записать оператор Лапласа в полярных координатах
2. Доказать эквивалентность трех определений оператора Лапласа из лекции 9
3. Доказать без вычислений, что логарифм полярного радиуса и полярный угол - гармонические функции на плоскости.
4. Доказать, что угол, под которым данный отрезок виден из точки плоскости - гармоническая функция на плоскости.
5. При каких значениях  $n$  гармонические функции в  $\mathbb{R}^n$ , зависящие только от радиуса, принадлежат  $L_2$ ,  $L_1$  в окрестности нуля? в окрестности бесконечности?
6. Решить задачу Дирихле для уравнения Лапласа на круге с граничными условиями  $a) f(\varphi) = \sin^3 \varphi$ ;  $b) f(x) = |\sin \varphi|$ .

Домашнее задание: подготовиться к контрольной