

Занятие 11. Обобщенные функции

1. Доказать, что любая δ -образная последовательность сходится к δ -функции в $D'(\mathbb{R})$.
2. Доказать, что $\delta = \chi'$ где χ - функция Хевисайда: $\chi = \chi_{\mathbb{R}^+}$.
3. Пусть $f_n \rightarrow f$ в L^1_{loc} . Тогда $f_n \rightarrow f$ в $D'(\mathbb{R})$.
4. Доказать, что $A_x G(x, \xi) = \delta(x - \xi)$, где оператор A и функция G - те же, что в лекции 10.
5. Пусть φ - неотрицательная функция с компактным носителем на \mathbb{R} , интеграл которой по всей прямой равен 1. Доказать, что последовательность $\varphi_n(x) = n\varphi(nx)$ - δ -образная.
6. Найти $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} \chi_{[-\frac{1}{n}, \frac{1}{n}]}$.
7. Найти $\lim_{n \rightarrow \infty} n \chi_{[-\frac{1}{n}, \frac{1}{n}]}$.
8. Найти последовательность ступенчатых функций, которая сходится к δ' .
9. *Найти фундаментальное решение линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами.
10. *Распространить основные определения теории обобщенных функций одного переменного на случай многих переменных.

Решено на занятии: 1, 2, 6, 7, 8

На дом: 3, 4, 5, 9*, 10*