

Задачи по НИС "Математика физических явлений"

На "отлично" необходимо решить по одной задаче из каждого раздела. При сдаче задач могут быть дополнительные вопросы по другим задачам.

Раздел 1

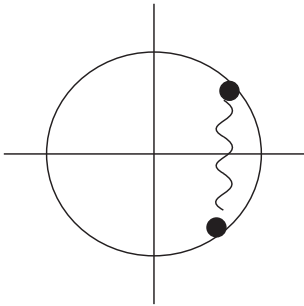


Рис. 1: Задача 2

1. Написать уравнения Эйлера-Лагранжа, описывающие свободное движение частицы на конусе в координатах z, ϕ . Получить уравнение "прямой" на конусе (например, из зависимостей $z(t), \phi(t)$, написать зависимость $\phi(z)$ для траектории свободного движения.

2. Лагранжево описание двух частиц, свободно движущихся по кольцу радиуса R и связанных пружиной произвольной длины l (в нерастянутом состоянии). Пружина соединяет частицы по прямой, а не по кольцу.

Раздел 2

3. Описать движение 2-частиц с одинаковыми массами m и противоположными зарядами, связанных пружиной, когда они влетают в область однородного магнитного поля (полупространство $x > 0$) с начальной скоростью V_0 , как показано на рисунке. (Кулоновским взаимодействием между зарядами пренебречь, в начальный момент пружина не напряжена).

4. То же, если они связаны жесткой штангой и в начальный момент штанга направлена по оси Z .

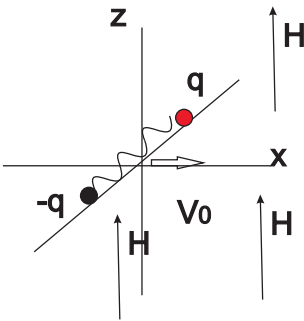


Рис. 2: Задача 3

Раздел 3

5. Провести прямое вычисление полного потока электрического поля одиночного заряда через сферу, если заряд смещен относительно центра сферы на произвольную величину.

6. Провести прямое вычисление полного потока электрического поля одиночного заряда через две (бесконечные) параллельные плоскости, если заряд находится в произвольном месте между плоскостями.

Раздел 4

7. Найти распределение заряда на плоской поверхности проводника, если параллельно поверхности на расстоянии d от нее расположена равномерно заряженная нить (прямая) с плотностью заряда на единицу длины σ . Вычислить полный заряд на поверхности проводника на единицу длины нити.

8. Написать выражение для силы, с которой равномерно заряженная палочка заданной длины и пренебрежимо малого диаметра, расположенная горизонтально поверхности на расстоянии d от нее, притягивается к поверхности диэлектрика с диэлектрической проницаемостью ϵ .

Раздел 5

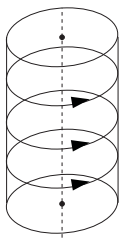


Рис. 3: Задача 9

9. Найти распределение магнитного поля внутри и вне бесконечного проводящего цилиндра радиуса R , по которому течет равномерный круговой ток с плотностью j на единицу длины цилиндра. Найти направление и зависимость $A(r)$. Попробовать применить формулы $\oint \mathbf{H}d\mathbf{l} = \frac{4\pi}{c}j$ и $\oint \mathbf{A}d\mathbf{l} = \int \mathbf{H}d\mathbf{S}$ к различным контурам.

10. Определить величину напряженности магнитного поля на оси кольца с током j , вычислив векторный потенциал такого кольца и воспользовавшись формулой $\mathbf{H} = \text{rot}\mathbf{A}$

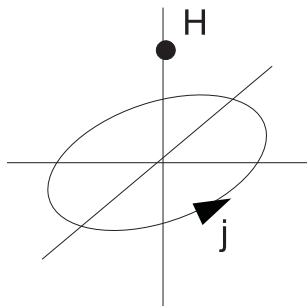


Рис. 4: Задача 10

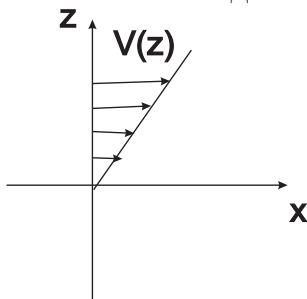


Рис. 5: Задача 11а

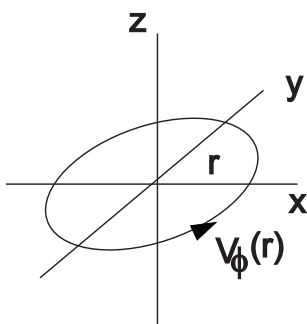


Рис. 6: Задача 11b,c

Раздел 6

11. Вычислить $\text{rot}\mathbf{v}$ для случая

а. линейно растущей от дна реки скорости однородного потока $\mathbf{v}(r) = v_x^0 \cdot z$

б. Обычного вращения вокруг оси z с $v_\phi(r) = \omega \cdot r$

с. Вихревого вращения сверхтекучей жидкости вокруг оси z с $v_\phi(r) = \kappa/r$

12. Магнитное поле параллельное плоской поверхности сверхпроводника ($z=0$) затухает вглубь сверхпроводника по закону: $B(z) = B_0 e^{-z/\lambda}$. Ось z перпендикулярна поверхности сверхпроводника, поле однородно и направлено по оси x .

Найти направление и величину тока, текущего в сверхпроводнике из уравнения Максвелла $\text{rot}\mathbf{B} = \frac{4\pi}{c}\mathbf{j}$