

**Группы и алгебры Ли II**  
**Семинар 31.05.17**

1. Считая количество переменных большим, вычислите разложение  $s_{2,1}^2$  по многочленам Шура.
2. Пусть  $\nu = (5, 4, 3, 2)$ ,  $\lambda = (3, 3, 1)$ . Вычислите коэффициенты Литтлвуда-Ричардсона  $c'_{\lambda,\mu}$  для  $\mu = (4, 2, 1)$  и  $\mu = (4, 3)$ .
3. Докажите, что количество последовательностей  $x_1, \dots, x_{2n}$ , для которых слово  $x_1 \dots x_{2n}$  является обратным решёточным словом (словом Яманучи) с  $n$  единицами и  $n$  двойками, равно  $(2n)!/n!(n+1)!$ .
4. Пусть  $L_\lambda$  – неприводимое представление  $\mathfrak{sl}_n$ . Опишите разложение  $L_\lambda \otimes L_{k\omega_1}$  на неприводимые слагаемые.
5. Пусть  $M_k$  – модуль Верма для алгебры Ли  $\mathfrak{sl}_2$  со старшим весом  $m\omega$  и старшим вектором  $v_0$ . Вычислите значения формы Шаповалова  $(f^i v_0, f^j v_0)$ .
6. Определите таблицу умножения в когомологиях (комплексного) грассманиана  $G_{2,4}$  в базисе циклов Шуберта.
7. Пусть  $\lambda = (1^k)$  ( $k$  единиц). Вычислите  $\sigma_\lambda \cdot \sigma_\mu$  для произвольного  $\mu$ .