

Семинар 16

Грассманиан $G(2, 4)$ прямых пространства \mathbb{P}^3

1. Пусть Q - квадрака Плюккера в пространстве \mathbb{P}^5 , биективная грассманиану $G(2, 4)$. Докажите, что всякая проективная прямая на Q изображает множество прямых некоторого пучка в \mathbb{P}^3 .

2. Докажите, что всякая проективная плоскость на Q изображает либо:
а) множество прямых, проходящих через фиксированную точку в \mathbb{P}^3 , либо
б) множество прямых, лежащих в фиксированной плоскости в \mathbb{P}^3 .

3. Докажите, что существует биекция грассманиана $G(2, 4)$ с дизъюнктым объединением аффинных пространств вида:

$$G(2, 4) = \mathbb{A}^4 \sqcup \mathbb{A}^3 \sqcup \mathbb{A}^2 \sqcup \mathbb{A}^2 \sqcup \mathbb{A}^1 \sqcup \mathbb{A}^0.$$

4. Сколько точек содержит грассманиан $G(2, 4)$ над конечным полем \mathbb{F}_q ?