

Семинар 18

1. Доказать, что для любой унитарной матрицы U найдется такая унитарная матрица V , что матрица VUV^{-1} диагональна.
2. Пусть X – G -однородное пространство, $x \in X$, $H < G$ – подгруппа группы G , которая транзитивно действует на X . Доказать, что $G = H$, если $G_x = H_x$ (= стабилизаторы точки x совпадают).
3. Рассмотрим полную решетку L на евклидовой плоскости, и пусть e_1 – кратчайший вектор решетки, а e_2 – кратчайший из векторов решетки, не пропорциональных вектору e_1 . Доказать, что $e = (e_1, e_2)$ – базис решетки L .
4. Рассмотрим верхнюю полуплоскость H в качестве модели плоскости Лобачевского и циклическую группу G движений плоскости, порожденную преобразованием $g(z) = 2z$. Доказать, что действие этой группы на H дискретно. Построить естественную фундаментальную область для этого действия. Вычислить фундаментальную группу фактор-пространства.
5. Та же задача для группы $G = \langle g \rangle$, $g(z) = (2z + 1)/(z + 1)$ движений плоскости Лобачевского в модели H .