Научно-исследовательский семинар «Геометрия и динамика» (годовой)

А. И. Буфетов, А. В. Клименко, Г. И. Ольшанский, А. С. Скрипченко

На семинаре будут разбираться различные сюжеты, имеющие отношение к геометрии и теории динамических систем, некоторые из них таковы.

Предельное поведение траекторий и структурная устойчивость. Почему большинство систем, состояние которых задаётся точкой на плоскости, либо стабилизируются, либо выходят в режим периодических колебаний? Что изменится в более высокой размерности?

Символическое кодирование. Что общего у отображения $x \mapsto \{2x\}$ единичного отрезка с подбрасыванием монетки? Как построить обратимое непрерывное отображение с похожими свойствами?

Планиметры и неголономные связи. Неголономные связи в механических системах — это связи, которые нельзя свести к геометрическим ограничениям на положения частей системы. Например, если колесо катится по плоскости, то (в отсутствие проскальзывания) точка касания может перемещаться только перпендикулярно направлению оси колеса. С помощью таких связей можно, например, сделать *планиметр* — прибор, измеряющий при обходе им замкнутого контура на плоскости площадь ограниченной контуром области.

Неархимедовы поля: алгебра и геометрия. Поле вещественных чисел $\mathbb{R}$ возникает в результате пополнения поля рациональных чисел $\mathbb{Q}$. Однако у $\mathbb{Q}$ есть бесконечная серия других пополнений, приводящих к полям p-адических чисел. Это один из примеров так называемых неархимедовых полей. При всём отличии неархимедовых полей от привычных полей $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$, на их основе можно строить и анализ, и геометрию. В частности, существует неархимедов аналог геометрии Лобачевского, неархимедов аналог диффеоморфизмов окружности и многое другое.

Теорема Пуанкаре о возвращении, гамильтонова механика и парадокс Цермело. Может ли траектория динамической системы «уйти и не вернуться», как это связано с классической механикой, а также как загнать джинна обратно в бутылку.

Бильярды как модельная задача теории динамических систем. Бильярды в математике — это системы, описывающие движение материальной точки по столу с абсолютно упругими границами. Оказывается, что, изменяя форму стола, мы можем получать системы с очень разными свойствами. Их орбиты (то есть траектории нашего бильярда) могут быть периодическими или всюду плотными; траектории двух соседних точек могут оставаться постоянно рядом, а могут разойтись на сколь угодно большое расстояние; две произвольные точки стола могут соединяться траекторией или оставаться невидимыми друг для друга. Мы разберемся, какие динамические системы можно моделировать с помощью бильярдов и какой нужно выбрать бильярдный стол в зависимости от желаемого поведения траекторий.

Гиперболическая геометрия и ее друзья Кто такие гиперболические поверхности и как их склеить из бумаги? А как изготовить из подручных средств псевдосферу? Чем отличается гиперболическая теорема косинусов от школьной? Какие бывают изометрии в гиперболическом случае и как их классифицировать? Мы постараемся получить простые ответы на все эти вопросы.

Семинар предназначен для студентов 1–2 курсов. Студенты старших курсов и магистранты могут включить этот НИС в ИУП, только если они специализируются в геометрии или динамике. В этом случае они должны заранее прислать А. В. Клименко или А. С. Скрипченко планируемую тему доклада и получить от них согласие на включение этого семинара в ИУП.
Семинар будет проводиться на русском языке.