

***R*-матрица: происхождение и применение в теории групп кос и квантовых группах**

П.Н. Пятов, П.А. Сапонов

АННОТАЦИЯ

В данном курсе рассматриваются свойства и приложения одного из самых известных объектов современной математической физики — так называемой, *R*-матрицы.

Сферы применения *R*-матриц в настоящее время очень широки и разнообразны — от точно решаемых моделей статистической физики, квантовой механики и квантовой теории поля до проблем построения инвариантов зацеплений и теории квантовых групп. В этой связи интересно отметить, что физик Янг и математический физик Бакстер, чьи имена носит знаменитое теперь уравнение, занимались совершенно разными задачами. Янг вывел это уравнение, исследуя систему взаимодействующих частиц на прямой, а Бакстер пришел к этому уравнению, занимаясь задачей из теории сплошных сред — он пытался построить модель льда, которая позволила бы теоретически описать свойства фазового перехода лед–вода.

Основной задачей нашего курса будет знакомство слушателей с алгебраическими корнями происхождения *R*-матрицы и ее ролью в теории квантовых групп и, шире, в теории квантовых матричных алгебр.

Для понимания курса требуется знание основ линейной алгебры и теории групп. Полезным было бы также знакомство с основными теоремами об ассоциативных конечномерных полупростых алгебрах и базовыми понятиями теории алгебр Хопфа. Впрочем, все необходимые понятия будут, по возможности, напоминаться в процессе занятий. Курс рассчитан на студентов 3-4 курса бакалавриата и магистрантов.

Курс читается на факультете математики во втором (весеннем) семестре. Частота занятий — одна лекция в неделю (одна пара). За выбор курса в учебный план начисляется 3 кредита.

ПРИМЕРНЫЙ СПИСОК ТЕМ КУРСА

- Группа кос B_n , ее геометрическое и алгебраическое (артиново) описания, их эквивалентность.
- Напоминание по теории конечномерных полупростых ассоциативных алгебр: лемма Шура, теоремы Машке и Веддебёрна-Артина, деформационная теорема Титса. Конечномерные факторы групповой алгебры $\mathbb{C}[B_n]$: алгебра Ивахори-Гекке $H_n(q)$ и симметрическая группа S_n . Два замечательных набора элементов: операторы Юциса-Мерфи и бакстеризованные элементы. Конструкция примитивных идемпотентов и неприводимых представлений $H_n(q)$. Связь с диаграммами и таблицами Юнга.
- *R*-матричные представления группы кос. Примеры *R*-матриц, семейства *R*-матриц $GL(m|n)$ типа. *R*-след (часто именуемый квантовым) и основы *R*-матричной техники вычислений. Построение инвариантов зацеплений (узлов) с использованием группы кос: теоремы Александера и Маркова. Вычисление инвариантов зацеплений с помощью *R*-матричной техники: инварианты Джонса и Александера-Конвея.
- Понятие об алгебрах Хопфа: коумножение, коединица и антипод с точки зрения теории представлений. Двойственные алгебры Хопфа. Модули и комодули над алгебрами Хопфа. Квазитреугольные алгебры Хопфа и универсальная *R*-матрица.

- Квантованная алгебра функций на группе как алгебра Хопфа — так называемая RTT-алгебра. „Квантовый“ определитель и антипод.
- Квантованная универсальная обертывающая алгебра — двойственная алгебра Хопфа к RTT-алгебре. Треугольное разложение. Конструкция центра с использованием R -следа. Алгебра уравнения отражений.
- (★) Квантовые матричные алгебры. Структура их характеристических подалгебр. Собственные значения квантовых матриц и алгебра их симметрических функций. Квантовые версии соотношений Ньютона и теоремы Гамильтона-Кэли.
- (★) Теория конечномерных разложимых представлений алгебры уравнения отражений.