

## Интегрируемые системы 2 (квантовые интегрируемые системы и анзац Бете)

А.В. Забродин

История квантовых интегрируемых систем началась в 1931 году, когда Г.Бете удалось построить точные собственные функции гамильтониана спиновой цепочки Гейзенберга с помощью специальной подстановки, с тех пор ставшей знаменитой и носящей теперь его имя (анзац Бете). В том или ином виде этот метод оказался применим ко множеству других интегрируемых моделей – как спиновых, так и теоретико-полевых. С математической точки зрения метод Бете связан с теорией представлений квантовых алгебр ( $q$ -деформаций универсальных обертывающих алгебр Ли и янгианов).

Хотя за прошедшие годы была предложена масса различных обобщений и вариантов метода Бете, секрет его удивительной эффективности и универсальности до конца не раскрыт до сих пор.

Примерный список тем, о которых будет рассказано:

- Координатный анзац Бете на примере модели Гейзенберга и модели одномерного бозе-газа с парным точечным взаимодействием между частицами;
- Анзац Бете в точно решаемых моделях статистической механики на решетке на примере 6-вершинной модели;
- Нахождение физических величин в интегрируемых моделях в термодинамическом пределе, термодинамический анзац Бете;
- Уравнения Бете и функция Янга-Янга, вычисление нормы бетевских векторов;
- Квантовый метод обратной задачи и алгебраический анзац Бете, квантовые  $R$ -матрицы, уравнение Янга-Бакстера;
- Функциональный анзац Бете и метод  $Q$ -операторов Бакстера, функциональные соотношения для трансфер-матриц, трансфер-матрицы как тау-функции.

Предполагается также проследить самые последние движения мысли в области квантовых интегрируемых систем, происходящие у нас на глазах. Один из таких сюжетов – это загадочное соответствие между собственными состояниями *квантовых* интегрируемых спиновых цепочек с точками пересечения лагранжевых подмногообразий в фазовых пространствах интегрируемых систем *классической* механики типа Калоджеро-Мозера.

Знание основ квантовой механики и статистической физики для понимания спецкурса весьма желательно, но не категорически необходимо. Вне физического контекста анзац Бете в своем конечномерном варианте – это просто метод диагонализации больших матриц специального вида, и в этом смысле не требует никаких предварительных знаний кроме основ линейной алгебры.