

Экзамен (основной)

Вариант 1

1. На верхней полуплоскости (модель плоскости Лобачевского) нарисован гиперболический треугольник с вершинами в точках $(1+i)$, $2i$, $(-1+i)$. Можно ли описать вокруг этого треугольника гиперболическую окружность?

2. Можно ли на евклидовой плоскости нарисовать решетку ранга 2, удовлетворяющую следующим двум условиям:

а) объем решетки равен $3^{1/2}$;

б) длина самого короткого вектора решетки равна 1.51?

3. В четырехмерном вещественном линейном пространстве гамильтоновых кватернионов рассмотрим кватернион h . Какое максимальное значение может принимать ранг системы трех векторов $(h^2, h, 1)$?

4. На $\mathbb{C} - 0 = \mathbb{C}^*$ действует циклическая группа $\Gamma = (\gamma^n)$, $\gamma(z) = (2+i)z$. Доказать, что ее действие дискретно и свободно. Нарисовать фундаментальную область для группы Γ и найти род фактор-поверхности \mathbb{C}^*/Γ .

5. На верхней полуплоскости нарисован идеальный треугольник с "вершинами" в точках абсолюта $A = -1$, $B = \infty$, $C = 1$. Из точки $M = (21/29) + (20/29)i$ на стороне AC опустим перпендикуляры MP и MQ на стороны AB и CB соответственно. Найти угол PMQ.

Экзамен (основной)

Вариант 2

1. На верхней полуплоскости (модель плоскости Лобачевского) нарисован гиперболический треугольник с вершинами в точках $(1+i)$, $3i$, $(-1+i)$. Можно ли описать вокруг этого треугольника гиперболическую окружность?

2. Можно ли на евклидовой плоскости нарисовать решетку ранга 2, удовлетворяющую следующим двум условиям:

а) объем решетки равен $3^{1/2}$;

б) длина самого короткого вектора решетки равна 1.48?

3. В четырехмерном вещественном линейном пространстве гамильтоновых кватернионов рассмотрим кватернион h . Какое максимальное значение может принимать ранг системы трех векторов $(h^2, h, 1)$?

4. На $\mathbb{C} - 0 = \mathbb{C}^*$ действует циклическая группа $\Gamma = (\gamma^n)$, $\gamma(z) = (3+i)z$. Доказать, что ее действие дискретно и свободно. Нарисовать фундаментальную область для группы Γ и найти род фактор-поверхности \mathbb{C}^*/Γ .

5. На верхней полуплоскости нарисован идеальный треугольник с "вершинами" в точках абсолюта $A = -1$, $B = \infty$, $C = 1$. Из точки $M = (12/13) + (5/13)i$ на стороне AC опустим перпендикуляры MP и MQ на стороны AB и CB соответственно. Найти угол PMQ.

Экзамен (основной)

Вариант 3

1. На верхней полуплоскости (модель плоскости Лобачевского) нарисован гиперболический треугольник с вершинами в точках $(1+i)$, $(1.5)i$, $(-1+i)$. Можно ли описать вокруг этого треугольника гиперболическую окружность?

2. Можно ли на евклидовой плоскости нарисовать решетку ранга 2, удовлетворяющую следующим двум условиям:

а) объем решетки равен $3^{1/2}$;

б) длина самого короткого вектора решетки равна 1.463?

3. В четырехмерном вещественном линейном пространстве гамильтоновых кватернионов рассмотрим кватернион h . Какое максимальное значение может принимать ранг системы трех векторов $(h^2, h, 1)$?

4. На $\mathbb{C} - 0 = \mathbb{C}^*$ действует циклическая группа $\Gamma = (\gamma^n)$, $\gamma(z) = (5+i)z$. Доказать, что ее действие дискретно и свободно. Нарисовать фундаментальную область для группы Γ и найти род фактор-поверхности \mathbb{C}^*/Γ .

5. На верхней полуплоскости нарисован идеальный треугольник с "вершинами" в точках абсолюта $A = -1$, $B = \infty$, $C = 1$. Из точки $M = (3/5) + (4/5)i$ на стороне AC опустим перпендикуляры MP и MQ на стороны AB и CB соответственно. Найти угол PMQ.