

Семинар 1

1. Образуют ли векторы $v_1 = (1, 2, 3)$, $v_2 = (2, 5, 7)$, $v_3 = (3, 7, 10 + \varepsilon)$ базис в \mathbb{R}^3 ?
2. Тот же вопрос для векторов $v_1 = (1, 1, 1, 1)$, $v_2 = (1, -1, -1, 1)$, $v_3 = (1, -1, 1, -1)$, $v_4 = (1, 1, -1, -1)$ в \mathbb{R}^4 .
3. Будут ли линейно зависимыми следующие многочлены: $(x - 1)(x - 2)$, $(x - 3)(x - 2)$, $(x - 1)(x - 3)$?
4. Множество действительных чисел \mathbb{R} является бесконечномерным (почему?) линейным пространством над полем рациональных чисел \mathbb{Q} . Рассмотрим в этом пространстве линейную оболочку чисел 1 и $\sqrt{3}$. Лежит ли в этой оболочке число $3^{\frac{1}{4}}$? Число $\sqrt{7}$?
5. Доказать, что в пространстве многочленов от одной переменной всякое конечное семейство многочленов различных степеней, не содержащее 0 , линейно независимо.
6. Доказать, что из каждой системы векторов, содержащей хотя бы один ненулевой вектор, можно выбрать эквивалентную ей линейно независимую подсистему (две системы векторов называются эквивалентными, если совпадают их линейные оболочки).
7. Доказать, что две эквивалентные конечные линейно независимые системы содержат одинаковое количество векторов.