

ПРОГРАММА КУРСА «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»  
II КУРС, ОСЕННИЙ СЕМЕСТР 2017 ГОДА  
ЛЕКТОР С.В.ШАПОШНИКОВ

- (1) Дифференциальное уравнение и его решение. Примеры физических задач, приводящих к дифференциальным уравнениям. Уравнение  $y' = a(x)y + b(x)$ . Периодические решения и оператор монодромии.
- (2) Фазовое и расширенное фазовое пространство. Фазовые кривые и интегральные кривые. Поле направлений. Существование и единственность решения задачи Коши для уравнения  $\dot{x} = b(x)$ , где  $b \in C((x_1, x_2))$  и  $b \neq 0$ . Взаимосвязь фазовых кривых системы  $\dot{x} = P(x, y), \dot{y} = Q(x, y)$  и интегральных кривых уравнения  $y' = Q/P$ .
- (3) Задание поля направлений с помощью дифференциальной одной формы. Точные одной формы. Восстановление функции по дифференциалу и интегрирование дифференциальной одной формы. Лемма Пуанкаре. Внешнее умножение и дифференцирование форм.
- (4) Уравнение в дифференциалах. Уравнение в полных дифференциалах. Разделение переменных. Теорема Фробениуса (трехмерный случай).
- (5) Замена координат в фазовом пространстве. Фазовые портреты для линейной системы  $2 \times 2$  с постоянной матрицей. Перенос векторного поля.
- (6) Однопараметрические группы преобразований и связанные с ними векторные поля и дифференциальные операторы. Коммутатор векторных полей. Симметрии векторного поля. Теорема Ли об интегрируемости в квадратурах (двумерный случай).
- (7) Замена координат в расширенном фазовом пространстве. Перенос поля направлений. Симметрия поля направлений. Однопараметрическая группа симметрий и интегрируемость дифференциального уравнения. Однородные уравнения.
- (8) Существование и единственность решения задачи Коши. Продолжаемость решений. Достаточные условия продолжаемости.
- (9) Неравенство Гронуолла. Непрерывная зависимость решений от параметра. Дифференцируемость решения по параметру. Уравнение в вариациях.
- (10) Фазовый поток. Выпрямление векторного поля. Теорема Лиувилля о фазовом объеме. Теорема Пуанкаре о возвращении.
- (11) Линейные системы дифференциальных уравнений: размерность пространства решений, фундаментальная система решений, определитель Вронского и его свойства, метод вариации постоянных.
- (12) Экспонента матрицы и способы ее вычисления. Фундаментальная система решений линейной однородной системы дифференциальных уравнений с постоянной матрицей.
- (13) Дифференциальные уравнения высокого порядка. Канонический изоморфизм. Линейные дифференциальные уравнения высокого порядка: размерность пространства решений, фундаментальная система решений, определитель Вронского и его свойства, метод вариации постоянных.
- (14) Фундаментальная система решений линейного дифференциального уравнения высокого порядка с постоянными коэффициентами. Решение неоднородных уравнений с квазимногочленом в правой части.
- (15) Устойчивость и асимптотическая устойчивость. Устойчивость решения системы линейных уравнений. Функция Ляпунова и достаточные условия устойчивости.