Семинар 2

$\langle v_1, \ldots, v_p \rangle$ – линейная оболочка семейства векторов. (V, F) – векторное пространство над полем F.

1. Доказать, что два вектора $v = (x_1, x_2)$, $w = (y_1, y_2)$ из $\mathbb{R}^2$ тогда и только тогда зависимы (образуют базис), когда $x_1 y_2 - x_2 y_1 = 0$ $(x_1 y_2 - x_2 y_1 \neq 0)$.

2. В пространстве многочленов, степени не выше трех, составить базис из многочленов третьей степени. Можно ли в этом пространстве найти базис, не содержащий многочлена степени три?

3. Рассмотрим пространство многочленов, степени не выше данной. Доказать, что как четные, так и нечетные многочлены являются подпространствами в этом пространстве, дающими в прямой сумме все пространство.

4. Если L и M два подпространства векторного пространства V и каждый вектор из V принадлежит либо L, либо M, то одно из подпространств совпадает со всем пространством. Доказать.

5. Каждое комплексное векторное пространство $(V, \mathbb{C})$ можно рассматривать как вещественное векторное пространство $(V, \mathbb{R})$, если условиться умножать векторы из V только на вещественные числа. Если размерность комплексного векторного пространства $(V, \mathbb{C})$ равна n, то чему равна размерность пространства $(V, \mathbb{R})$?

6. Найти какой-либо базис суммы и пересечения двух подпространств L и M в $\mathbb{R}^3$: $L = \langle v_1 = (2, 1, 0),\ v_2 = (1, 2, 3),\ v_3 = (-5, -2, 1) \rangle$, $M = \langle w_1 = (1, 1, 2),\ w_2 = (-1, 3, 0),\ w_3 = (2, 0, 3) \rangle$.