

ГАМИЛЬТОНОВА МЕХАНИКА – 2017  
ЛИСТОК 1

1. Найдите действие на классической траектории от  $q_1$  до  $q_2$  за время  $T$  для гармонического осциллятора с функцией Лагранжа

$$L = \frac{m\dot{q}^2}{2} - \frac{kq^2}{2}$$

2. С помощью непосредственного вычисления докажите ковариантность уравнений Эйлера-Лагранжа относительно преобразований координат  $q_i = q_i(Q_1, \dots, Q_n, t)$ .
3. Найдите функцию Лагранжа и уравнения движения для плоского маятника длины  $l$  с массой  $m$ , точка подвеса которого (с массой  $M$  в ней) может совершать движение по горизонтальной прямой.
4. Найдите функцию Лагранжа и уравнения движения для плоского маятника длины  $l$  с массой  $m$ , точка подвеса которого совершает вертикальные колебания по закону  $a \cos \gamma t$ .
5. Напишите уравнения движения системы с лагранжианом

$$L = \sum_{i,j} g_{ij}(\{q\}) \dot{q}_i \dot{q}_j$$

6. Проинтегрируйте уравнения движения системы с лагранжианом

$$L = \frac{m}{2}(\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2) - \frac{k}{2}(q_1^2 + q_2^2) - \frac{\kappa}{2}(q_1 - q_2)^2$$

7. Проинтегрируйте уравнение движения заряженной частицы (массы  $m$  с зарядом  $e$  в постоянном однородном магнитном поле  $H$ ).