

Семинар 5

Пусть L – κ -мерное подпространство в векторном пространстве V . K -мерной плоскостью (с направляющим подпространством L) называется множество векторов $P = x + L$, где $x \in V$.

1. Доказать, что если два вектора лежат в плоскости, то их разность лежит в ее направляющем подпространстве.
2. Если разность $x_1 - x_2 \in L$, то плоскости $x_1 + L$ и $x_2 + L$ совпадают.
3. Доказать, что две плоскости $P_1 = x_1 + L_1$ и $P_2 = x_2 + L_2$ тогда и только тогда пересекаются, когда $x_1 - x_2 \in L_1 + L_2$.
4. Показать, что решения уравнения $x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1$ образуют плоскость P в пространстве \mathbb{R}^4 . Найти ее направляющее подпространство L и указать какой-нибудь вектор $x \in P$.
5. В пространстве \mathbb{R}^5 дана плоскость $v = x + t_1e_1 + t_2e_2$, где $x = (2, 3, -1, 1, 1)$, $e_1 = (3, -1, 1, -1, 1)$, $e_2 = (-1, 1, 1, 1, -1)$. Принадлежит ли этой плоскости вектор $z = (1, 6, 4, 4, -2)$?
6. Доказать, что если пересечение двух плоскостей $P_1 = x_1 + L_1$ и $P_2 = x_2 + L_2$ непусто, то оно является плоскостью с направляющим подпространством $L_1 \cap L_2$.