Зачетная работа 26 октября 2017 года
Вариант 1

1. Рассмотрим подпространство векторного пространства $\mathbb{R}^4$, заданное уравнением $x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0$. Указать базис в этом подпространстве и дополнить его до базиса всего пространства, присоединив вектор, у которого сумма координат равна 10^{-8}.

2. В матрице 5×7 все миноры второго порядка равны 0. Может ли в ней существовать минор четвертого порядка, отличный от нуля?

3. Вычислить определитель квадратной матрицы $A_{7\times 7} = (a_{ij} = 2^i 3^j)$.

4. Даны две матрицы $A = \left(\begin{smallmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{smallmatrix}\right)$ и $B = \left(\begin{smallmatrix} 2 & 5 \\ 0 & 2 \end{smallmatrix}\right)$. Существует ли такая матрица S, что $B = SAS^{-1}$?

5. Доказать, что прямая в $\mathbb{R}^4$, заданная системой уравнений

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 & = & 3 \\ x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 & = & 2 \\ 2x_1 + 9x_2 + 8x_3 + 3x_4 & = & 7 \end{cases}$$

лежит в гиперплоскости $5x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 2x_4 = 20$

6. Следом квадратной матрицы называется сумма ее диагональных элементов. Какое максимальное значение может принимать след матрицы $A^t A$, если $\mid a_{ij} \mid \leq 1$?

Зачетная работа 26 октября 2017 года
Вариант 2

1. Рассмотрим подпространство векторного пространства $\mathbb{R}^4$, заданное уравнением $x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 0$. Указать базис в этом подпространстве и дополнить его до базиса всего пространства, присоединив вектор, у которого сумма координат равна 10^{-10}.

2. В матрице 6×7 все миноры третьего порядка равны 0. Может ли в ней существовать минор пятого порядка, отличный от нуля?

3. Вычислить определитель квадратной матрицы $A_{9\times 9} = (a_{ij} = 3^i 5^j)$.

4. Даны две матрицы $A = \left(\begin{smallmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 2 \end{smallmatrix}\right)$ и $B = \left(\begin{smallmatrix} 2 & 7 \\ 0 & 2 \end{smallmatrix}\right)$. Существует ли такая матрица S, что $B = SAS^{-1}$?

5. Доказать, что прямая в $\mathbb{R}^4$, заданная системой уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 + 6x_2 + 8x_3 + 3x_4 & = & 5 \\ x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 & = & 2 \\ 2x_1 + 9x_2 + 8x_3 + 3x_4 & = & 7 \end{cases}$$

лежит в гиперплоскости $5x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 2x_4 = 20$

6. Следом квадратной матрицы называется сумма ее диагональных элементов. Какое максимальное значение может принимать след матрицы $A^t A$, если $\mid a_{ij} \mid \leq 2$?

Зачетная работа 26 октября 2017 года
Вариант 3

1. Рассмотрим подпространство векторного пространства $\mathbb{R}^4$, заданное уравнением $x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 0$. Указать базис в этом подпространстве и дополнить его до базиса всего пространства, присоединив вектор, у которого сумма координат равна 10^{-8}.

2. В матрице 5×9 все миноры второго порядка равны 0. Может ли в ней существовать минор четвертого порядка, отличный от нуля?

3. Вычислить определитель квадратной матрицы $A_{7\times 7} = (a_{ij} = 7^i 13^j)$.

4. Даны две матрицы $A = \left(\begin{smallmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{smallmatrix}\right)$ и $B = \left(\begin{smallmatrix} 2 & 9 \\ 0 & 2 \end{smallmatrix}\right)$. Существует ли такая матрица S, что $B = SAS^{-1}$?

5. Доказать, что прямая в $\mathbb{R}^4$, заданная системой уравнений

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 & = & 3 \\ 3x_1 + 13x_2 + 13x_3 + 5x_4 & = & 9 \\ 2x_1 + 9x_2 + 8x_3 + 3x_4 & = & 7 \end{cases}$$

лежит в гиперплоскости $5x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 2x_4 = 20$

6. Следом квадратной матрицы называется сумма ее диагональных элементов. Какое максимальное значение может принимать след матрицы $A^t A$, если $\mid a_{ij} \mid \leq 3$?

Зачетная работа 26 октября 2017 года
Вариант 4

1. Рассмотрим подпространство векторного пространства $\mathbb{R}^4$, заданное уравнением $x_1+x_2+x_3-x_4=0$. Указать базис в этом подпространстве и дополнить его до базиса всего пространства, присоединив вектор, у которого сумма координат равна 10^{-7}.

2. В матрице 15×7 все миноры четвертого порядка равны 0. Может ли в ней существовать минор шестого порядка, отличный от нуля?

3. Вычислить определитель квадратной матрицы $A_{8\times 8}=(a_{ij}=12^i3^j)$.

4. Даны две матрицы $A=\left(\begin{smallmatrix}2&3\\0&2\end{smallmatrix}\right)$ и $B=\left(\begin{smallmatrix}2&5\\0&2\end{smallmatrix}\right)$. Существует ли такая матрица S, что $B=SAS^{-1}$?

5. Доказать, что прямая в $\mathbb{R}^4$, заданная системой уравнений

$$\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3+x_4 &= 3\\ x_1+4x_2+5x_3+2x_4 &= 2\\ x_1+5x_2+3x_3+x_4 &= 5\end{cases}$$

лежит в гиперплоскости $5x_1+7x_2+9x_3+2x_4=20$

6. Следом квадратной матрицы называется сумма ее диагональных элементов. Какое максимальное значение может принимать след матрицы A^tA, если $\mid a_{ij}\mid\leq 4$?

Зачетная работа 26 октября 2017 года
Вариант 5

1. Рассмотрим подпространство векторного пространства $\mathbb{R}^4$, заданное уравнением $x_1-x_2-x_3-x_4=0$. Указать базис в этом подпространстве и дополнить его до базиса всего пространства, присоединив вектор, у которого сумма координат равна 10^{-8}.

2. В матрице 5×7 все миноры второго порядка равны 0. Может ли в ней существовать минор пятого порядка, отличный от нуля?

3. Вычислить определитель квадратной матрицы $A_{7\times 7}=(a_{ij}=5^i39^j)$.

4. Даны две матрицы $A=\left(\begin{smallmatrix}2&6\\0&2\end{smallmatrix}\right)$ и $B=\left(\begin{smallmatrix}2&5\\0&2\end{smallmatrix}\right)$. Существует ли такая матрица S, что $B=SAS^{-1}$?

5. Доказать, что прямая в $\mathbb{R}^4$, заданная системой уравнений

$$\begin{cases} 3x_1+11x_2+11x_3+4x_4 &= 10\\ x_1+4x_2+5x_3+2x_4 &= 2\\ 2x_1+9x_2+8x_3+3x_4 &= 7\end{cases}$$

лежит в гиперплоскости $5x_1+7x_2+9x_3+2x_4=20$

6. Следом квадратной матрицы называется сумма ее диагональных элементов. Какое максимальное значение может принимать след матрицы A^tA, если $\mid a_{ij}\mid\leq 5$?

Зачетная работа 26 октября 2017 года
Вариант 6

1. Рассмотрим подпространство векторного пространства $\mathbb{R}^4$, заданное уравнением $x_1-x_2-x_3+x_4=0$. Указать базис в этом подпространстве и дополнить его до базиса всего пространства, присоединив вектор, у которого сумма координат равна 10^{-18}.

2. В матрице 5×71 все миноры второго порядка равны 0. Может ли в ней существовать минор четвертого порядка, отличный от нуля?

3. Вычислить определитель квадратной матрицы $A_{7\times 7}=(a_{ij}=4^i3^j)$.

4. Даны две матрицы $A=\left(\begin{smallmatrix}2&1\\0&2\end{smallmatrix}\right)$ и $B=\left(\begin{smallmatrix}2&13\\0&2\end{smallmatrix}\right)$. Существует ли такая матрица S, что $B=SAS^{-1}$?

5. Доказать, что прямая в $\mathbb{R}^4$, заданная системой уравнений

$$\begin{cases} 4x_1+15x_2+16x_3+6x_4 &= 12\\ x_1+4x_2+5x_3+2x_4 &= 2\\ 2x_1+9x_2+8x_3+3x_4 &= 7\end{cases}$$

лежит в гиперплоскости $5x_1+7x_2+9x_3+2x_4=20$

6. Следом квадратной матрицы называется сумма ее диагональных элементов. Какое максимальное значение может принимать след матрицы A^tA, если $\mid a_{ij}\mid\leq 6$?