

## Семинар 10

1. Можно ли в евклидовом пространстве найти ненулевой вектор, ортогональный всему пространству?
2. Известно, что вектор  $x$  ортогонален каждому из векторов  $y_1, y_2, \dots, y_r$ . Доказать, что вектор  $x$  ортогонален их линейной оболочке.
3. В пространстве многочленов степени не выше трех рассмотрим функцию  $(p, q) = pq(0)$ , принимающую на паре многочленов  $p$  и  $q$  значение их произведения в нуле. Задает ли эта функция скалярное произведение на пространстве многочленов? Если да, то будет ли оно евклидовым?
4. Пусть  $a$  – фиксированный вектор евклидова пространства. Покажите, что  $l(x) = (a, x)$  – это линейный функционал на этом пространстве (загадка: всякий ли линейный функционал на евклидовом пространстве так получается?)
5. Показать, что уравнение  $(a, x) = 1$  задает гиперплоскость в евклидовом пространстве и наоборот, всякая гиперплоскость так определяется.
6. В пространстве квадратных матриц со скалярным произведением  $(A, B) = \text{tr}(AB^t)$  найти ортогонал к подпространству диагональных матриц.