

Семинар 11

Базис во всех задачах, где он нужен, предполагается ортонормированным.

1. Дано гиперплоскость $2x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 = 0$ и вектор $x = (2, 0, 4, 6)$. Найти проекции вектора на гиперплоскость и ее ортогонал.

2. Все, как в задаче 1, но требуется отразить вектор x в указанной гиперплоскости.

3. Доказать, что отражение в подпространстве является ортогональным оператором.

4. Найти матрицу оператора поворота двумерного евклидова пространства на угол φ в ортонормированном базисе.

5. Определить и найти угол между прямой $x_1 = x_2$, $x_3 = x_4$, $x_2 = 2x_3$ и подпространством $3x_1 - 2x_2 + x_4 = 0$, $x_2 + x_3 = 0$.

6. Доказать, что два любых подпространства евклидова пространства тогда и только тогда можно перевести одно в другое ортогональным оператором, когда их размерности совпадают.

Для тех, кто уже все сделал.

7. В четырехмерном евклидовом пространстве даны два 2-мерных подпространства, которые пересекаются по нулевому вектору и не являются взаимными ортогоналами. Всегда ли в одном из этих подпространств можно выбрать ортонормированный базис так, чтобы его ортогональная проекция на второе подпространство была ортогональным семейством без нулевых векторов.