

1 Программа курса математического анализа (первый год, продвинутый курс, краткий вариант)

Часть I.

Одномерный анализ.

1. Наивная теория множеств.
2. Действительные числа
3. Топология прямой, включая компактные множества.
4. Непрерывные функции на прямой, включая непрерывные функции на компактах.
5. Дифференциальное исчисление.
6. Формула Тейлора. Тейлоровское исчисление.

Часть II.

1. Числовые и степенные ряды. Аналитические функции
2. Элементарные функции.
3. Интеграл Римана. Алгебраические методы интегрирования.
4. Элементарные функции комплексного переменного. Индекс. Основная теорема алгебры.
5. От многомерного дифференциала до формулы Тейлора.
6. Метрические пространства. Теорема о пополнении. Компактность.
7. Принцип сжимающих отображений. От теоремы об обратном отображении до леммы Морса.
8. * Лемма Сарда и теорема трансверсальности.
9. Многомерный интеграл Римана.

О стиле занятий и контроле знаний.

Лекции

В лекции включаются по возможности только прозрачные доказательства, основанные на отчетливо выраженной идее и не требующие больших вычислений. Я стремлюсь к тому, чтобы все, рассказанное на лекции, было понято студентами на месте. Эту цель, естественно, можно достичь лишь отчасти. Конспекты лекций выкладываются на страницу курса.

Теоретические контрольные.

В течение семестра планируется 3 – 4 теоретических контрольных. За 2 недели до контрольной выдается программа, состоящая из 15 – 20 вопросов. Контрольная продолжается 15 минут. Каждый студент получает один вопрос из программы и пишет на него ответ. Если доказательство длинное, требуется только схема его.

Листки.

В течение модуля выдается 2 листка, содержащих по 10 – 15 задач. Задачи без звездочки (их 6 – 10) обязательны к сдаче и довольно легки. Иногда они просто повторяют коротко рассказанный материал лекции или быстро разобранный материал занятия. Задачи со звездочкой – бонусы.

Семинары.

К каждому практическому занятию, или к каждой паре занятий, готовится листок: Занятие и задание N . Он содержит 15 – 25 задач, часть которых решается на занятии, часть – дома, часть – дополнительные (бонусные, отмечены звездочкой). Листки готовятся централизованно по очереди всеми преподавателями. Задачи без * – легкие, одноходовки, их большинство. Домашние задания сдаются в письменной форме и проверяются учебными ассистентами.

Система оценок.

Студентам объявлено, что общая оценка складывается из 5 компонент:
домашние задания – 3 балла,
участие в семинарах – 1 балл,
листки – 1,5 балла,
теоретические контрольные – 1,5 балла,
контрольная в конце первого и письменный экзамен в конце второго модуля – по 1,5 балла каждая работа.

Это – “условно максимальные” баллы.

При этом интенсивно действует система бонусов, которая распространяется на все, кроме теоретической контрольной.

Написанные выше условно максимальные баллы ставятся, если сделана основная часть задания; если сделана дополнительная, балл может быть выше условно максимального. Так, студент, плохо сделавший часть работы, может компенсировать недобор баллов по ней и получить итоговую оценку 10 и выше.

Полный балл за листки ставится за сдачу всех задач без звездочки. Каждая задача со звездочкой из листков защищает как 1 балл в экзамене, т.е. 0,15 от итоговой десятибалльной оценки.

В экзаменационной работе предполагается дать основные и дополнительные задачи так, чтобы студент мог получить оценку, превышающую условно максимальный балл 1,5.

В конце каждого модуля проводится коллоквиум по программе-минимум. Смысл ее - выявить студентов, которые сумели набрать много баллов, не зная при этом основных вещей. Программа состоит из формулировок основных определений и теорем. Сдача обоих коллоквиумов необходима для получения отличной оценки за семестр.