

Вопросы к экзамену по курсу “Функциональный анализ” (25 декабря 2017)

- (1) Пространства \mathcal{S} и \mathcal{S}'
- (2) Примеры обобщенных функций: регулярные обобщенные функции, $1/x$ в смысле главного значения, дельта-функция.
- (3) Замена переменных в обобщенных функциях.
- (4) Мультипликаторы и свертка обобщенных функций с основными.
- (5) Дифференцирование обобщенных функций. Производные функции Хевисайда, функции p.v.($1/x$).
- (6) Первообразные обобщенных функций.
- (7) Сходимость последовательности обобщенных функций.
- (8) Теорема Лорана Шварца.
- (9) Структура обобщенных функций медленного роста.
- (10) Прямое произведение обобщенных функций и свертка
- (11) Обобщенные функции $(x \pm i0)^{-1}$ и формулы Сохоцкого–Племеля.
- (12) Преобразование Фурье обобщенных функций из \mathcal{S}' .
- (13) Примеры преобразований Фурье: $F[\delta] = 1$, $F[\theta](k) = \frac{i}{k + i0}$, предел $\frac{e^{ikx}}{k}$ при $x \rightarrow \pm\infty$.
- (14) Области определения, графики, замкнутые операторы.
- (15) Сопряженный оператор.
- (16) Резольвента и резольвентное множество.
- (17) Спектр операторов, примеры.
- (18) Теорема об открытости резольвентного множества замкнутого, плотно определенного оператора. Тожество Гильберта.
- (19) Спектры операторов T_1 и T_2 , заданных как id/dx с областями определения $D(T_1) = \{\varphi \mid \varphi \in AC[0, 1]\}$ и $D(T_2) = \{\varphi \mid \varphi \in AC[0, 1] \text{ and } \varphi(0) = 0\}$.
- (20) Симметрические и самосопряженные операторы: основной критерий самосопряженности.
- (21) Симметрический оператор id/dx на интервале и его самосопряженные расширения.
- (22) Спектральные проекторы, элементы функционального исчисления.

Questions for examination on “Functional analysis” (December, 25, 2017)

- (1) Spaces \mathcal{S} и \mathcal{S}'
- (2) Examples of distributions: regular distributions, $1/x$ in the sense of the principal value, delta-function.
- (3) Change of variables in distributions.
- (4) Multipliers and convolution of distributions with test functions.
- (5) Differentiation of distributions. Derivatives of Heaviside function, function p.v.($1/x$).
- (6) Primitives of distributions.
- (7) Convergence of sequences of distributions.
- (8) Theorem of Laurent Schwartz.
- (9) Structure of distributions.
- (10) Direct product and convolution of distributions.
- (11) Distributions $(x \pm i0)^{-1}$ and Sokhotski-Plemel formulas.
- (12) Fourier transform of distributions in \mathcal{S}' .
- (13) Examples of Fourier transform: $F[\delta] = 1$, $F[\theta](k) = \frac{i}{k + i0}$,
limit of $\frac{e^{ikx}}{k}$ when $x \rightarrow \pm\infty$.
- (14) Domains, graphs, closed operators.
- (15) Adjoint operator.
- (16) Resolvent and resolvent set.
- (17) Spectrum of the operators, examples.
- (18) Theorem: resolvent set of closed, densely defined operator is open. Hilbert identity.
- (19) Spectra of operators T_1 and T_2 given as id/dx with domains $D(T_1) = \{\varphi \mid \varphi \in AC[0, 1]\}$ and $D(T_2) = \{\varphi \mid \varphi \in AC[0, 1] \text{ and } \varphi(0) = 0\}$.
- (20) Symmetric and self-adjoint operators: the basic criterion for self-adjointness.
- (21) Symmetric operator id/dx on the interval and its self-adjoint extensions.
- (22) Spectral projectors and elements of functional calculus.