

Группы и алгебры Ли II

Семинар 3

1. Докажите, что все симметрические степени векторного представления V алгебры Ли \mathfrak{sl}_n являются неприводимыми представлениями \mathfrak{sl}_n .
2. Пусть W – трёхмерное неприводимое представление \mathfrak{sl}_2 . Докажите, что $\Lambda^2 W \simeq W$ как \mathfrak{sl}_2 модули.
3. Докажите, что все внешние степени векторного представления V алгебры Ли \mathfrak{sl}_n являются неприводимыми представлениями \mathfrak{sl}_n .
4. Разложите на неприводимые компоненты n -ую тензорную степень двумерного неприводимого представления \mathfrak{sl}_2 .
5. Докажите, что для группы $SL_2(\mathbb{R})$ экспоненциальное отображение не сюръективно.
6. Постройте неприводимое представление размерности 5 алгебры Ли $\mathfrak{sp}_4(\mathbb{C})$.
7. Опишите алгебру Ли централизатора элемента g из группы Ли G .
8. Пусть G – группа Ли, \mathfrak{g} – её алгебра Ли. Для элемента $x \in \mathfrak{g}$ рассмотрим его стабилизатор $Z(x)$ в G относительно присоединённого действия. Опишите алгебру Ли группы $Z(x)$.