

Группы и алгебры Ли II

Семинар 4

1. Докажите, что все симметрические степени векторного представления V алгебры Ли \mathfrak{sl}_n являются неприводимыми представлениями \mathfrak{sl}_n .
2. Докажите, что все внешние степени векторного представления V алгебры Ли \mathfrak{sl}_n являются неприводимыми представлениями \mathfrak{sl}_n .
3. Разложите на неприводимые компоненты n -ую тензорную степень двумерного неприводимого представления \mathfrak{sl}_2 .
4. Докажите, что для группы $SL_2(\mathbb{R})$ экспоненциальное отображение не сюръективно.
5. Постройте неприводимое представление размерности 5 алгебры Ли $\mathfrak{sp}_4(\mathbb{C})$.
6. Опишите алгебру Ли централизатора элемента g из группы Ли G .
7. Пусть G – группа Ли, \mathfrak{g} – её алгебра Ли. Для элемента $x \in \mathfrak{g}$ рассмотрим его стабилизатор $Z(x)$ в G относительно присоединённого действия. Опишите алгебру Ли группы $Z(x)$.
- 8*. Постройте естественную структуру ассоциативной алгебры на прямой сумме всех двойственных неприводимых представлений \mathfrak{sl}_2 . Опишите явно получившуюся алгебру. Тот же вопрос про \mathfrak{sl}_3 .