



## **Правительство Российской Федерации**

### **Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования "Национальный исследовательский университет "Высшая школа экономики"**

Факультет Математики  
Отдел математического образования

### **Программа дисциплины**

«Математические методы естествознания»

Направление 01.04.01 «Математика»  
программа «Совместная магистратура ВШЭ и ЦПМ»

Автор программы: Семенов П. В., д.ф.-м.н., проф., psemenov@hse.ru

Рекомендована секцией УМС по математике «\_\_»\_\_\_\_\_ 2017 г.

Председатель С.К. Ландо \_\_\_\_\_

Утверждена УС факультета математики «\_\_»\_\_\_\_\_ 2017 г.

Ученый секретарь Ю.М. Бурман \_\_\_\_\_

Москва, 2017

*Настоящая программа не может быть использована другими подразделениями университета и другими вузами без разрешения кафедры-разработчика программы.*



## 1 Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает минимальные требования к знаниям и умениям студента и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа предназначена для преподавателей, ведущих данную дисциплину, студентов направления 010100.68 «Математика» подготовки магистра

Программа разработана в соответствии с:

- ОС НИУ ВШЭ;
- Базовым учебным планом и рабочим учебным планом на первый год обучения по направлению 01.04.01 «Совместная магистратура ВШЭ и ЦПМ» подготовки магистра специализации Математика, утвержденным в 2017 г.

## 2 Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Математические методы естествознания» являются:

- Сочетание фундаментальных вопросов и принципов оснований математики с конкретным изучением визуализируемых математических объектов, исследование которых в истории науки и в современной математике максимально ясно иллюстрирует механизм реального действия этих принципов.
- Знакомство с историей формирования понятия «Линия» от наивных точек зрения до общего подхода к линии, как к одномерному континууму;
- Демонстрация того, как при реальном исследовании линий в истории математики возникали и формировались основы математического анализа, аналитической и дифференциальной геометрии, топологии, геометрии фракталов;
- Активизация математических знаний в области элементарной математики, полученных на предыдущих стадиях обучения;
- Выработка понимания взаимосвязи между проблемами истории науки и проблемами преподавания математики в высшей и средней школе;
- Стимулирование интереса к проблемам творческого обучения.

## 3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины студент должен:

- Актуализировать свои знания, умения и навыки в работе с классическими математическими понятиями геометрии, алгебры, математического анализа применительно к плоским и пространственным линиям;
- Ознакомиться с обстоятельствами и последовательностью возникновения основ аналитической геометрии, математического анализа, геометрической топологии и теории размерностей и той роли, которую сыграли плоские и пространственные линии в их формировании;
- Получить представление о творческом наследии и биографиях крупнейших математиков внесших существенных вклад в развитие понятия «Линия».

В результате освоения дисциплины студент осваивает следующие компетенции:



Компетенция	Код по ФГОС/ НИУ	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
Способен совершенствовать и развивать свой интеллектуальный и культурный уровень	СК-4	Проявляет интерес к чтению и анализу профессиональных и гуманитарных текстов. Соотносит прочитанное со своей профессиональной деятельностью и стремится к использованию.	Компетенция формируется в любом сегменте учебного процесса (лекции, семинары, выполнение самостоятельных работ)
Способен анализировать, верифицировать, оценивать полноту информации в ходе профессиональной деятельности, при необходимости восполнять и синтезировать недостающую информацию и работать в условиях неопределённости	СК-6	Все дескрипторы содержатся в формулировке компетенции	Изучение базового курса. Постановка заданий, выполнение которых требует получения дополнительной информации и уточнения поставленных вопросов.
Способен разрешать проблемы, связанные с разницей научных мировоззрений.	ПК-2	Способность к пониманию различных взглядов на один вопрос, их относительной ценности и происхождения.	Обсуждение различных взглядов на вопросы исторического развития математики и математического образования на лекциях и семинарах.
Способен воспринимать и интерпретировать математические и естественно-научные тексты разного уровня строгости и детализованности, в т.ч. содержащие легко устранимые ошибки.	ПК-5	Понимает постановки задач, умеет находить ошибки и неточности в математических рассуждениях, отличать существенные ошибки от легко устранимых.	Обсуждение решений задач, как полученных самостоятельно, так и найденных в литературе.
Способен обрабатывать математические тексты (или устные сообщения) – оппонировать, рецензировать, реферировать, формировать предложения по улучшению.	ПК-7	Находит в тексте ключевые идеи и умеет составлять краткий логичный текст, содержащий их описание. Оценивает логические ходы доказательств и мотивировок.	Обсуждения на семинарских занятиях. Вырабатывается путем активного решения задач в диалоговом режиме, самообразования, общения с преподавателем.



Компетенция	Код по ФГОС/ НИУ	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
Способен находить необходимую научную информацию (в т.ч. с использованием электронных библиотечных ресурсов и баз данных) и адаптировать её (в т.ч. для научных сообщений, лекций, презентаций)	ПК-10	Осведомлён о наиболее ценных образовательных и информационных ресурсах сети Интернет. Обладает навыками эффективного информационного поиска.	Выполнение домашних заданий и подготовка ко всем формам контроля.

#### 4 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина относится к циклу математических и естественнонаучных дисциплин и блоку дисциплин, обеспечивающих подготовку магистра направления подготовки «Совместная подготовка ВШЭ и ЦППМ»

Изучение данной дисциплины базируется на следующих дисциплинах:

- базовые курсы алгебры, геометрии и математического анализа (1 и 2 годы бакалавриата);
- введение в топологию (1-3 год бакалавриата);
- элементы теории графов (1-2 год бакалавриата);

Для освоения учебной дисциплины, студенты должны владеть следующими знаниями и компетенциями:

- понимание основ теории метрических пространств и начал функционального анализа;
- свободное владение планиметрией и стереометрией в объёме школьной программы профильного уровня;
- знакомство с основными понятиями математического анализа и дифференциальной геометрии.

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении дисциплин:

«История математики в контексте мировой истории»,  
НИС магистерской программы,  
«Теоретические основы школьного курса математики»,  
прохождении педагогической практики и работе над магистерской диссертацией.



## 5 Тематический план учебной дисциплины

№	Название раздела	Всего часов	Аудиторные часы			Самостоятельная работа
			Лекции	Семинары	Практические занятия	
	<b>Лекции</b>					
1	Основные результаты Г. Кантора в теории множеств. Подход Г. Кантора к определению плоской линии.		2			4
2	Негомеоморфность отрезка и квадрата. Подход К. Жордана к определению плоской линии. Кривые Пеано и их свойства.		2			4
3	Канторовское множество и его свойства. Решение СН для замкнутых числовых множеств.		2			4
4	Универсальность (проективная) канторова множества. Нульмерные числовые множества.		2			4
5	Метод обратных спектров. Любой нульмерный совершенный компакт гомеоморфен канторову множеству.		2			4
6	Различные определения метрических компактов, свойства компактов.		2			4
7	Непрерывные числовые функции и непрерывные отображения на компакте.		2			4
8	Универсальность (инъективная) гильбертова куба в классе компактов.		2			4
9	Связность и линейная связность в метрических пространствах. Связность и сцепленность компактов.		2			4
10	Связность и локальная связность. Их сохранение при непрерывных отображениях компактов.		2			4
11	Континуумы и их свойства. Континуумы Серпинского.		2			6
12	Теорема Хана – Мазуркевича: внутренняя характеристика жордановых кривых.		2			6
13	Ковер Серпинского и его свойства. Универсальность в классе канторовых линий.		2			4
14	Нульмерные и одномерные компакты. Определение линии по П. С. Урысону		2			4
15	Фрактальные объекты. Мера Хаусдорфа, хаусдорфова размерность и их свойства.		2			8



<b>Семинары</b>						
1	Теорема Жордана для замкнутой ломаной.			2		2
2	Теорема Жордана для простой замкнутой кривой.			4		4
3	Ряды из «зигзаг»-функций. Непрерывные нигде не дифференцируемые функции.			2		4
4	Открытое, связное и локально связное подмножество компакта линейно связно.			2		4
5	В любом континууме есть две неразбивающие точки; если их ровно две, то это простая дуга (отрезок).			2		4
6	Теорема об инвариантности области. Лемма (ы) Шпернера.			2		6
<b>Классические плоские кривые</b>						
7	Циклоида и астроида			2		6
8	Кардиоида и улитка Паскаля			2		4
9	Овалы Декарта, Кассини. Лемниската.			2		4
10	Циссоида Диоклеса и Декартов лист.			2		6
11	Строфоида и трисектрисса Маклорена			2		4
12	Спирали Архимеда, Галилея.			2		4
13	Спираль Ферма. Логарифмическая спираль.			2		4
14	Цепная линия и трактрисса			2		6
<b>Итого</b>		190	30	30		130

## 6 Формы контроля знаний студентов

Тип контроля	Форма контроля					Параметры **
		1	2	3	4	
Текущий	Доклад	*	*			Подготовка доклада + выступление на семинаре
Текущий	Реферат	*	*			Подготовка реферата по одной из тем лекционного курса
Итоговый	Экзамен		1			Письменная работа + беседа с преподавателем.

### 6.1 Критерии оценки знаний, навыков

Итоговая оценка выставляются по 10-ти балльной шкале.

Она включает в себя оценку за выполнение реферата, за подготовку и содержание доклада на семинаре, за ответ на экзамене. При выставлении каждой из них учитываются традиционные параметры и критерии: полнота изложения, ясность и доходчивость представления материала, отсутствие прямых ошибок, наличие дополнительных сведений, выходящих за формальные рамки содержания курса.

На экзамене предлагаются два вопроса. Один по темам лекционных занятий или семинарским занятиям по теоретическому материалу, второй – по одной из классических плоских кривых.



## 6.2 Порядок формирования оценок по дисциплине

Итоговая оценка по 10-ти балльной шкале получается прямым суммированием четырёх оценок:

- за ответ на экзамене (от 0 до 5 баллов);
- за выступление на семинаре (от 0 до 2 баллов);
- за реферат (от 0 до 2 баллов);
- дополнительный бонусный балл за работу в течение семестра.

Формульно:

$$O_{итог} = 0,5 \cdot O_{экс} + 0,2 \cdot O_{семина} + 0,2 \cdot O_{реф} + 0,1 \cdot O_{бонус}$$

если вторые множители в каждом из слагаемых оценивать в баллах от 0 до 10.

Студент может получить возможность пересдать низкие результаты за текущий контроль.

## 7 Образовательные технологии

Занятия проводятся в традиционных формах и «технологиях».

На лекции обсуждаются ключевые понятия и факты разбираемой темы, решаются иллюстрирующие их задачи, проводится ознакомление с классическими текстами, рассказывается о истории вопросов. Заметное число деталей оставляется для самостоятельной проработки, указываются соответствующие источники.

Семинарские занятия проводятся в форме реального доклада (выступления) у доски, в котором магистрант должен ясно сформулировать цель, объект и задачи доклада, рассказать о ключевых моментах и сложных обстоятельствах излагаемых доказательств. Важной составляющей является ответ на текущие вопросы участников семинара.

аудСтудентам на дом даются задачи для самостоятельного разбора и тексты для Оценочные средства для текущего контроля и аттестации студента

### 7.1 Тематика заданий текущего контроля

См. *семинары* в разделе 5.

### 7.2 Вопросы для оценки качества освоения дисциплины

См. *лекции* в разделе 5.

## 8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 8.1 Базовые учебники

1. Зорич В.А. Математический анализ: в 2 т. – Изд. 5–е.– М.: МЦНМО, 2007
2. А. С. Пархоменко. «Что такое линия» М. Гл.из-во технико-теоретич. литер. 1954
3. Ф. Хаусдорф «Теория множеств», Едиториал УРСС, 2010

### 8.2 Основная литература

1. Бурбаки Н. "Очерки по истории математики", Москва, Изд-во иностранной литературы, 1963.
2. «История математики с древнейших времён до начала 19-го столетия» в 3 тт. под ред. А.П. Юшкевича. М. Наука, 1970.
3. А. А. Савелов «Плоские кривые», М. Физматлит, 1960.
4. Е. В. Шикин, Франк -Каменецкий «Кривые на плоскости и в пространстве». М. Фазис, 1997
5. Рудин У. Основы математического анализа.–Спб.: Лань, 2004.



6. Федорчук В. В. Введение в топологию, М. МГУ, 2014

### 8.3 Дополнительная литература

1. С.Г. Гиндикин «Рассказы о физиках и математиках», МЦНМО, НМУ, 2001.
2. В.И. Арнольд «Гюйгенс и Барроу, Ньютон и Гук», М. Наука, 1989.
3. Львовский С. М. Лекции по математическому анализу. – М.: МЦНМО, 2008.
4. В.П. Шереметевский «Очерки по истории математики», Москва, УРСС, 2004.
5. П. С. Александров «Введение в теорию множеств и общую топологию», М. Наука, 1977

### 9.4 Справочники, словари, энциклопедии

При освоении курса могут быть полезны материалы по темам, размещённые в онлайн-энциклопедии <http://www.wikipedia.org>

### 9.5 Дистанционная поддержка дисциплины

Предусмотрена возможность дистанционных консультаций по электронной почте.

## 9 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для проведения лекций необходимы доска и мел, реже - компьютер и проектор. Иного оборудования не требуется.