



Правительство Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования "Национальный исследовательский университет "Высшая школа экономики"

Факультет Математики
Отдел математического образования

Программа дисциплины

«Введение в топологию»

Направление 01.03.01 «Математика»
программа «Совместный бакалавриат ВШЭ и ЦПМ»

Автор программы: Семенов П. В., д.ф.-м.н., проф., psemenov@hse.ru

Рекомендована секцией УМС по математике «__»_____ 2017 г.

Председатель С.К. Ландо _____

Утверждена УС факультета математики «__»_____ 2017 г.

Ученый секретарь Ю.М. Бурман _____

Москва, 2017

Настоящая программа не может быть использована другими подразделениями университета и другими вузами без разрешения кафедры-разработчика программы.



1 Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает минимальные требования к знаниям и умениям студента и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа предназначена для преподавателей, ведущих данную дисциплину, студентов направления 01.03.01 «Математика» подготовки бакалавра

Программа разработана в соответствии с:

- ОС НИУ ВШЭ;
- Базовым учебным планом и рабочим учебным планом на первый год обучения по направлению 01.03.01 «Совместная магистратура ВШЭ и ЦПМ» подготовки бакалавра специализации Математика, утвержденным в 2017 г.

2 Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Введение в топологию» являются:

- Формирование базовых представлений и понятий в теории метрических и топологических пространств.
- Знакомство с основными типами подмножеств метрических и топологических пространств: компактность, связность и т.п. и их свойствами.
- Развитие фундаментального для математики понятия предела и непрерывности отображений от случая одномерного математического анализа, через метрические и нормированные пространства, к общетопологической трактовке непрерывности.
- Изучение комплекса общих сведений о метрических и топологических структурах, необходимых для применения и использования при дальнейшем обучении на старших курсах.

3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины студент должен:

- Актуализировать свои знания, умения и навыки в работе с числовыми функциями одной действительной переменной;
- Ознакомиться с примерами различных метрик на числовой прямой, плоскости, конечномерном векторном пространстве, пространствах непрерывных функций;
- Знать основные типы расположения точки относительно подмножества в метрическом и в топологическом пространстве;
- Знать основные виды подмножеств: открытые, замкнутые, компактные, ограниченные, вполне ограниченные;
- Получить представления об эквивалентных вариантах введения понятий непрерывности, замкнутых, компактных и т.п. множеств;
- Ознакомиться с типичными примерами топологических (не метризуемых) пространств, понимать последовательность и структуру аксиом отделимости.
-



В результате освоения дисциплины студент осваивает следующие компетенции:

Компетенция	Код по ФГОС/НИУ	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
Способен находить необходимую научную информацию (в т.ч. с использованием электронных библиотечных ресурсов и баз данных) и адаптировать её (в т.ч. для научных сообщений, лекций, презентаций)	ПК-10	Осведомлён о наиболее ценных образовательных и информационных ресурсах сети Интернет. Обладает навыками эффективного информационного поиска.	Выполнение домашних заданий и подготовка ко всем формам контроля.



4 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина относится к циклу математических и естественнонаучных дисциплин и блоку дисциплин, обеспечивающих подготовку бакалавра направления подготовки «Совместный бакалавриат ВШЭ и ЦПМ»

Изучение данной дисциплины базируется на следующих дисциплинах:

- базовые курсы логики, геометрии и математического анализа (1 модуль 1-го года бакалавриата);
- курс алгебры и начал математического анализа общеобразовательной школы, профильный уровень

Для освоения учебной дисциплины, студенты должны владеть следующими знаниями и компетенциями:

- понимание основ одномерного математического анализа;
- свободное владение алгеброй и геометрией в объёме школьной программы профильного уровня;

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении дисциплин практически всех дальнейших курсов 2-4 годов обучения, при работе над курсовыми работами и над выпускной работой.

5 Тематический план учебной дисциплины

№	Название раздела	Всего часов	Аудиторные часы			Самостоятельная работа
			Лекции	Семинары	Практические занятия	
	Лекции					
1	Компактные подмножества числовой прямой		2			4
2	Метрики и метрические пространства.		2			4
3	Компактность в метрических пространствах		2			4
4	Компактность в полных метрических пространствах.		2			4
5	Связность и линейная связность.		2			4
6	Континуумы. Плоские кривые по Жордану и по Кантору. Ковёр Серпинского.		2			6
7	Топологии и их основные свойства. Эквивалентные метрики.		2			4
8	Топологические, не метризуемые пространства. Аксиомы отделимости		2			6



Семинары						
1	Внутренние, внешние, граничные и предельные точки числовых множеств			2		4
2	Канторово множество и решение СН для замкнутых числовых множеств			2		4
3	Метрики на прямой и на плоскости			2		4
4	Нормы и нормирующие тела в конечномерных пространствах.			2		6
5	Пространство непрерывных функций на компактах. Критерии Асколи компактности			2		4
6	Плоские области и плоские континуумы			2		4
7	Метрика Хаусдорфа в пространствах компактных подмножеств плоскости и полного метрического пространства.			2		6
8	Аксиомы отделимости. Топология декартова произведения.			2		4
9	Критерий Титце -Урысона топологических нормальных пространств.			2		6
10	<i>Контрольная работа.</i>			2		
	Итого	114	16	20		78

6 Формы контроля знаний студентов

Тип контроля	Форма контроля	Параметры			
		1	2	3	4
Текущий	Рассказ решений задач			*	Устная сдача решений задач из листков №1 и №2 для самостоятельной работы
Текущий	Контрольная работа			*	Письменное решение одного из вариантов контрольной работы (9 заданий по темам семинаров)
Итоговый	Экзамен			1	Письменная работа + беседа с преподавателем.

6.1 Критерии оценки знаний, навыков

Итоговая оценка выставляются по 10-ти балльной шкале.

Она включает в себя оценку за решение задач из листков №1 и №2 для самостоятельной работы, за выполнение контрольной работы, за ответ на экзамене. При выставлении каждой из них учитываются традиционные параметры и критерии: полнота изложения, ясность и доходчивость представления материала, отсутствие прямых ошибок, наличие дополнительных сведений, выходящих за формальные рамки содержания курса.

На экзамене предлагаются два вопроса. Один по формулировкам понятий и фактов, второй – по доказательству одной из теорем.

6.2 Порядок формирования оценок по дисциплине

Итоговая оценка по 10-ти балльной шкале получается прямым суммированием трёх оценок:

- за ответ на экзамене (от 0 до 5 баллов);
- за решение задач из листков (от 0 до 2 баллов);
- за контрольную работу (от 0 до 3 баллов);



Формульно:

$$O_{итог} = 0,5 \cdot O_{экс} + 0,2 \cdot O_{листк} + 0,3 \cdot O_{контрольн}$$

если вторые множители в каждом из слагаемых оценивать в баллах от 0 до 10.

В отдельных случаях возможно повышение или понижение общей оценки на 1 балл в зависимости от посещаемости занятий в течение курса.

7 Образовательные технологии

Занятия проводятся в традиционных формах и «технологиях».

На лекции обсуждаются ключевые понятия и факты разбираемой темы, решаются иллюстрирующие их задачи, проводится ознакомление с классическими текстами, рассказывается о истории вопросов. Заметное число деталей оставляется для самостоятельной проработки и для решения на семинарских занятиях.

На семинарских занятиях типовыми являются две формы их проведения: индивидуальное решение задач вместе с дальнейшим их коллективным разбором и беседа-обсуждение вместе с преподавателем наиболее сложных задач и фактов из лекционного курса.

7. Оценочные средства для текущего контроля и аттестации студента

7.1 Тематика заданий текущего контроля

Примерные задания контрольной работы:

- 1) Доказать, что множество предельных точек замкнуто
- 2) Привести примеры множеств, у которых третье производное множество пусто, а второе – нет
- 3) Доказать, что среди числовых множеств только отрезки обладают свойством неподвижной точки
- 4) В пространстве непрерывных функций на отрезке привести пример замкнутого, ограниченного, но не компактного множества.
- 5) Доказать, что последовательность сходится, если она фундаментальна и некоторая её подпоследовательность сходится.
- 6) Привести пример T_0 -, но не T_1 -пространства.

7.2 Вопросы для оценки качества освоения дисциплины

Примерные первые вопросы экзамена:

- 1) Дать определение метрического пространства и сходящей последовательности его элементов;
- 2) Сформулировать критерий компактности для подмножеств \square^n
- 3) Описать топологию поточечной сходимости в пространстве непрерывных функций.

Примерные вторые вопросы экзамена:

- 1) Доказать, что на компактных и только на компактных пространствах любая непрерывная числовая функция ограничена;
- 2) Доказать, что отображение метрических пространств непрерывно в том и только том случае, когда прообразы открытых множеств являются открытыми.
- 3) Доказать неравенство треугольника для метрики Хаусдорфа.



8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

8.1 Базовые учебники

1. Зорич В.А. Математический анализ: в 2 т. – Изд. 5–е.– М.: МЦНМО, 2007
2. Федорчук В. В. Введение в топологию, М. МГУ, 2014
3. Александров П. С. «Введение в теорию множеств и общую топологию», М. Наука, 1977
4. Колмогоров А.Н., Фомин С.В., Элементы теории функций и функционального анализа М. Наука, 1976

8.2 Основная литература

1. Львовский С. М. Лекции по математическому анализу. – М.: МЦНМО, 2008.
2. Рудин У. Основы математического анализа.– Спб.: Лань, 2004.
3. Вербицкий М. С. Начальный курс топологии: теоремы и задачи, М.: МЦНМО, ВШЭ, 2017
4. Виро О. Я., Иванов О. А., Нецветаев Н. Ю., Харламов В. М. Элементарная топология. – МЦНМО, 2012.

8.3 Дополнительная литература

1. Пархоменко А.С. «Что такое линия» М. Гл. из-во технико-теоретич. литер. 1954
2. Гиндикин С.Г. «Рассказы о физиках и математиках», МЦНМО, НМУ, 2001.
3. Прасолов В.В. Наглядная топология, М: МЦНМО, 1995
4. Моррис С. А. Топология без слёз, <http://www.topologywithouttears.net/topbookrussian.pdf>

8.4. Справочники, словари, энциклопедии

При освоении курса могут быть полезны материалы по темам, размещённые в онлайн-энциклопедии <http://www.wikipedia.org>

8.5. Дистанционная поддержка дисциплины

Предусмотрена возможность дистанционных консультаций по электронной почте.

9 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для проведения лекций необходимы доска и мел, реже - компьютер и проектор. Иного оборудования не требуется.