

Группы и алгебры Ли II

Семинар 6

1. Выпишите явно характеры векторного, его двойственного и присоединённого представлений \mathfrak{sl}_3 .
2. Докажите, что присоединённое представление \mathfrak{sl}_n изоморфно своему двойственному.
3. Вычислите характеры всех внешних степеней векторного представления \mathfrak{sl}_n .
4. Вычислите характер присоединённого представления \mathfrak{sl}_n .
5. Докажите, что для алгебры \mathfrak{sl}_n форма Киллинга K пропорциональна форме $\text{tr}(xy)$ и найдите коэффициент пропорциональности.
6. Найдите радикал для каждой максимальной параболической подалгебры в \mathfrak{gl}_n и вычислите полупростой фактор.
7. Докажите, что не существует вещественной алгебры Ли с положительно определённой формой Киллинга.
- 8*. Постройте естественную структуру ассоциативной алгебры на прямой сумме всех двойственных неприводимых представлений \mathfrak{sl}_2 . Опишите явно получившуюся алгебру. Тот же вопрос про \mathfrak{sl}_3 .