

## Группы и алгебры Ли II

### Семинар 7

1. Докажите, что присоединённое представление  $\mathfrak{sl}_n$  изоморфно своему двойственному.
2. Вычислите характеры всех внешних степеней векторного представления  $\mathfrak{sl}_n$ .
3. Вычислите характер присоединённого представления  $\mathfrak{sl}_n$ .
4. Докажите, что для алгебры  $\mathfrak{sl}_n$  форма Киллинга  $K$  пропорциональна форме  $\text{tr}(xy)$  и найдите коэффициент пропорциональности.
5. Докажите, что любые две инвариантные билинейные симметричные формы на простой алгебре Ли пропорциональны.
6. Докажите, что не существует вещественной алгебры Ли с положительно определённой формой Киллинга.