

## Группы и алгебры Ли II. Семинар 15.03.18

**Задача 1.** а) Опишите группу собственных и несобственных движений плоскости. Представьте ее в виде прямого произведения компактной и некомпактной группы. Опишите алгебру Ли

в) Опишите группу  $PGL(2, \mathbb{R})$  проективных преобразований плоскости (в другой терминологии, группу преобразований проективной прямой)

**Задача 2.** Опишите топологию и гомотопический тип групп  $SU(2)$ ,  $SO(3)$ ,  $SL(2, \mathbb{R})$ ,  $PGL(2, \mathbb{R})$ ,  $U(2)$ ,  $O(3)$ ,  $GL(2, \mathbb{R})$ .

**Задача 3.** а) отождествите открытый единичный диск с однородным пространством  $SU(1, 1)/U(1) \simeq SU(1, 1)/SO(2, \mathbb{R})$ .

б) Опишите действие и орбиты подгруппы диагональных матриц

в) Опишите действие и орбиты подгрупп матриц вида  $\begin{pmatrix} \operatorname{ch} \tau & \operatorname{sh} \tau \\ \operatorname{sh} \tau & \operatorname{ch} \tau \end{pmatrix}$ ;

**Задача 4.** Покажите, что действие  $SU(1, 1)$  на  $D$  сохраняет метрику  $\frac{dzd\bar{z}}{2(1-|z|^2)^2}$