

Группы и алгебры Ли II. Семинар 19.04.18

Задача 1. Пусть X - верхняя полость двуполостного гиперboloида $x_0^2 - \sum_{i=1}^3 x_i^2 = 1$ в 4-х мерном пространстве Минковского со знакопеременным скалярным произведением $(x, y) = x_0y_0 - x_1y_1 - x_2y_2 - x_3y_3$.

- а) Покажите, что оно индуцирует на X структуру однородного риманового многообразия
- б) Покажите, что X -симметрическое пространство
- в)* кривизна X в любом двумерном направлении отрицательна

Задача 2. Опишите комплексный грассманиан $G^{\mathbb{C}}(k, n)$ как

- а) однородное $GL(n, \mathbb{C})$ пространство;
- б) однородное $U(n)$ пространство;
- в) однородное $SU(n)$ пространство;
- г) симметрическое пространство. Компактно оно или нет?

Задача 3. Опишите симметрическое пространство, двойственное к грассманиану $G^{\mathbb{C}}(k, n)$