**Программа по курсу геометрии для 1 курса бакалавриата.
2 семестр 2017-2018 учебного года. Лектор А.С.Тихомиров**

1. Проективные пространства. Проективный репер в проективном пространстве $\mathbb{P}^n$. Проективная система координат в проективном пространстве как класс пропорциональности базисов в подлежащем векторном пространстве. Задание проективных координат с помощью проективного репера.

2. Проективные отображения проективных пространств. Примеры: перспективное отображение, инволюция проективной прямой. Основные теоремы проективной геометрии: всякое проективное отображение конечномерных проективных пространств однозначно определяется образами точек проективного репера. Неравенство на размерность пересечения проективных подпространств. Теоремы Дезарга и Паппа.

3. Группа $PGL(n+1)$ проективных преобразований проективного пространства $\mathbb{P}^n$. Аффинная и евклидова геометрии с проективной точки зрения. Аффинная группа как подгруппа проективной группы $PGL(n+1)$. Аффинные преобразования однозначно определяются образами аффинного репера. Группа движений евклидова пространства как подгруппа аффинной группы. Аффинная группа как подгруппа проективной группы $PGL(n+1)$. Аффинная и евклидова геометрии с проективной точки зрения.

4. Коники на проективной плоскости. Пучки коник. Теорема Паскаля для гладких коник.

5. Примеры вычислений в проективных пространствах над конечными полями. Двойственное проективное пространство. Принцип проективной двойственности. Следствия: теорема Брианшона как двойственная к теореме Паскаля; обратная теорема Дезарга как двойственная к ней.

6. Векторные пространства с формами. Квадратичные и билинейные формы. Симплектические формы. Приведение квадратичных форм к каноническому виду методом Лагранжа. Закон инерции квадратичных форм над $\mathbb{R}$. Ортогональное преобразование квадратичной формы к каноническому виду. Канонический вид симплектической формы.

7. Классификация квадрик в проективных и аффинных пространствах размерности ≤ 3 над $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$. невырожденные квадрики в евклидовом пространстве, их классификация в размерности ≤ 3 . Поляритет, задаваемый невырожденной проективной квадрикой. Поляры, их свойства.

8. Грассманова алгебра. Плюккеровы координаты подпространства. Соотношения Плюккера и грассманианы. Геометрия прямых трехмерного проективного пространства. Квадрика Плюккера-Клейна.

7. Геометрия унитарных пространств. Матрица Грама эрмитова скалярного произведения. Неравенство Коши-Буняковского-Шварца. Процесс ортогонализации. Унитарные и самосопряженные операторы в унитарных пространствах. Унитарная группа. Полярное разложение. Теорема Шура. Оператор комплексной структуры в вещественном векторном пространстве. Кэлеровы тройки.

8. Геометрия кватернионов.. Представление вращений пространства с помощью кватернионов. Связь между группами $SU(2)$ и $SO(3)$.

9. Гиперболические пространства. Плоскость Лобачевского, ее проективная модель Кэли-Клейна в круге и конформно-евклидовы модели Пуанкаре в круге и верхней полуплоскости. Изоморфизм моделей. Дробно-линейные преобразования полуплоскости.

10. Геометрия Мебиуса. Инверсия. Дробно-линейные преобразования комплексной плоскости. Круговые преобразования. Стереографическая проекция, сфера Римана. Проективная модель геометрии Мебиуса.

Формула итоговой оценки (по 10-балльной системе): Итоговая оценка =
= $0,5 \cdot (\text{оценка за письменный экзамен}) + 0,2 \cdot (\text{оценка за зачетную контрольную работу}) + 0,3 \cdot 10 \cdot \left(\frac{\text{общее число решенных задач из листков}}{\text{полное число задач в листках}} \right)$.