

Группы и алгебры Ли II
Контрольная работа
срок сдачи 10.05.2018

Задача 1. Опишите все геодезические на двумерной сфере радиуса R . Какова их длина? Покажите, что каждая геодезическая является орбитой некоторой однопараметрической подгруппы $\exp tH \subset SO(3)$, где t пропорционален натуральному параметру на геодезической.

Задача 2. Опишите все геодезические на плоскости Лобачевского в какой-либо её реализации. Какова их длина? Покажите, что каждая геодезическая является орбитой некоторой однопараметрической подгруппы $\exp tH \subset SL(2, \mathbb{R})$, где t пропорционален натуральному параметру на геодезической

Задача 3. Опишите максимальные компактные подгруппы K комплексных групп Ли $SO(n, \mathbb{C})$ и $Sp(2n, \mathbb{C})$. Покажите, что G/K - некомпактное симметрическое пространство отрицательной кривизны. Каков его ранг?

Задача 4. Разложите на неприводимые компоненты ограничения на \mathfrak{sl}_3 всех фундаментальных (неприводимых) представлений \mathfrak{sl}_4 (рассматривается стандартное вложение $\mathfrak{sl}_3 \hookrightarrow \mathfrak{sl}_4$).

Задача 5. Опишите группу Вейля для алгебры Ли \mathfrak{sl}_3 . Выпишите разложения всех элементов группы в произведение простых отражений.

Задача 6. Опишите группу Вейля для алгебры Ли \mathfrak{sp}_4 . Выпишите разложения всех элементов группы в произведение простых отражений.