

Вопросы к экзамену 30.05.2018 по курсу «Накрытия и теория Галуа» (весна 2018)

1. Накрытия, поднятия путей, теорема о накрывающей гомотопии. Фундаментальная группа и универсальные накрытия. Примеры накрытий.
2. Морфизмы накрытий, расслоенное произведение накрытий, взаимно-однозначное соответствие между автоморфизмами накрытия и морфизмами из накрытия в расслоенный квадрат.
3. Группа автоморфизмов накрытия, свобода действия этой группы для связных накрытий. Накрытия Галуа (нормальные накрытия), группа Галуа накрытия. Накрытия Галуа и транзитивность действия группы автоморфизмов.
4. Факторпространство по действию группы на топологическом пространстве. Факторпространство накрытия по действию подгруппы группы автоморфизмов. Накрытия Галуа и изоморфность факторпространства по всей группе автоморфизмов базы. Факторнакрытия (поднакрытия).
5. Основная теорема теории Галуа для накрытий (биекция между подгруппами группы автоморфизмов накрытия и множеством классов изоморфизма факторнакрытий).
6. Связь нормальных подгрупп группы Галуа накрытия и поднакрытий Галуа данного накрытия.
7. Существование универсального накрытия.
8. Разветвлённые накрытия. Накрытия проколотого диска, ряды Пьюизо. Операция заклейки дырки и операция прокола ветвлений. Изоморфизм между разветвлёнными и обыкновенными конечными накрытиями.
9. Поле мероморфных функций на одномерном комплексном многообразии. Риманова поверхность уравнения над этим полем, её существование и единственность.
10. Поле ростков мероморфных функций, ветвящихся над дискретным множеством. Связь данных ростков с расширениями поля мероморфных функций; орбиты под действием фундаментальной группы.
11. Соответствие неприводимости уравнения над полем мероморфных функций и связности его римановой поверхности. Связь изоморфности расширений поля мероморфных функций и эквивалентности соответствующих римановых поверхностей уравнений как разветвлённых накрытий.
12. Поля мероморфных функций на поднакрытиях разветвлённого накрытия Галуа. Соответствие групп Галуа данных полей как расширений поля мероморфных функций на базе и групп автоморфизмов соответствующих накрытий.
13. Существование полиномиального соотношения на две произвольные мероморфные функции на связном компактном одномерном комплексном многообразии. Представимость произвольной мероморфной функции на таком многообразии как рационального выражения от любых двух мероморфных функций, разделяющих почти все точки многообразия.

Каждый билет будет содержать один вопрос из первых семи и один вопрос из последних шести.