

## Программа досрочного экзамена

1. Множества, подмножества. Операции с множествами: объединение, пересечение, разность, симметрическая разность. Дополнение к множеству. Декартово произведение множеств. Теоретико-множественные тождества.
2. Отображения множеств. Инъекции, сюръекции, биекции. Определение обратного отображения. График отображения. Композиция отображений. Ассоциативность композиции. Образ элемента, множества, подмножества; полный прообраз.
3. Алгебра логики: логические переменные, логические связки, кванторы всеобщности и существования. Таблицы истинности для конъюнкции, дизъюнкции, импликации, отрицания. Доказательство тождеств при помощи таблиц.
4. Высказывания и булевы функции. Выразимость любой булевой функции от  $n$  переменных через конъюнкцию, дизъюнкцию и отрицание. \* Выразимость любой функции от  $n$  переменных через конъюнкцию и отрицание.
5. Законы де Моргана. Отрицание и кванторы.
6. Десятичные дроби. Число представляется периодической дробью тогда и только тогда, когда оно рационально. Другие системы счисления.
7. Индукция, дедукция, метод доказательства "от противного". Задача о ханойской башне. Задача о раскраске плоскости, разрезанной прямыми.
8. \* Теорема Холла о паросочетаниях.
9. Классические неравенства: неравенство о среднем арифметическом и среднем геометрическом для  $n$  переменных, неравенство Бернулли.
10. Основные приёмы комбинаторных вычислений. Перестановки, размещения, сочетания. Треугольник Паскаля и бином Ньютона. Комбинаторные доказательства основных тождеств для сочетаний:  $C_n^k = C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1}$ ,  $\sum_{i=0}^n C_n^i = 2^n$ .
11. Мультиномиальные коэффициенты. \* Степень вхождения простого числа в мультиномиальный коэффициент.
12. Формула включений-исключений.
13. Отношения. Отношения эквивалентности. Классы эквивалентности. Действительные числа и вычеты как классы эквивалентности.
14. Деление с остатком. Сравнения по модулю. Таблицы сложения и умножения для остатков. Обратимые остатки.
15. Алгоритм Евклида для целых чисел и теорема о линейном представлении НОД. Взаимная простота.
16. Диофантовы уравнения. Решение линейных диофантовых уравнений: частное решение, общее решение.
17. \* Основная теорема арифметики.
18. Малая теорема Ферма. Функция Эйлера. Теорема Эйлера. \* Порядок остатка. Если  $x^a = 1$  и  $x^b = 1$ , то  $x^{(a,b)} = 1$ .
19. Мощность множества. Теорема Кантора-Бернштейна.
20. Счётные и несчётные множества. Диагональный аргумент Кантора. Несчётность отрезка.
21. Порядки. Линейно упорядоченные множества. Вполне упорядоченные множества.