

ПРОГРАММА КУРСА «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»

II КУРС, ОСЕННИЙ СЕМЕСТР 2018 ГОДА

ЛЕКТОР С.В.ШАПОШНИКОВ

- (1) Дифференциальное уравнение и его решение. Примеры физических задач, приводящих к дифференциальным уравнениям. Линейное уравнение первого порядка. Периодические решения и оператор монодромии.
- (2) Фазовое и расширенное фазовое пространство. Фазовые и интегральные кривые. Поле направлений. Одномерное автономное дифференциальное уравнение. Связь фазовых кривых двумерной системы уравнений с интегральными кривыми соответствующего дифференциального уравнения первого порядка.
- (3) Задание поля направлений с помощью дифференциальной один формы. Точные один формы. Восстановление функции по дифференциальному и интегрирование дифференциальной один формы. Лемма Пуанкаре. Внешнее умножение и дифференцирование дифференциальных форм.
- (4) Уравнение в дифференциалах и его интегральные кривые. Уравнение в полных дифференциалах. Разделение переменных. Теорема Фробениуса (трехмерный случай).
- (5) Замена координат в фазовом пространстве. Фазовые портреты для линейной двумерной системы с постоянной матрицей. Перенос векторного поля.
- (6) Замена координат в расширенном фазовом пространстве. Перенос поля направлений. Симметрии поля направлений. Существование однопараметрической группы симметрий поля направлений и интегрируемость дифференциального уравнения. Однородные уравнения.
- (7) Существование и единственность решения задачи Коши. Продолжаемость решений. Достаточные условия продолжаемости.
- (8) Неравенство Гронуолла. Непрерывность и дифференцируемость решений по параметру. Уравнение в вариациях.
- (9) Фазовый поток или однопараметрическая группа преобразований и их связь с векторным полем и оператором дифференцирования вдоль векторного поля. Выпрямление векторного поля.
- (10) Коммутатор векторных полей. Симметрии векторных полей. Теорема Ли об интегрируемости в квадратурах.
- (11) Теорема Лиувилля о фазовом объеме. Теорема Пуанкаре о возвращении. Парадокс Цермело.
- (12) Линейные системы дифференциальных уравнений: размерность пространства решений, фундаментальная система решений, определитель Вронского и его свойства, метод вариации постоянных.
- (13) Экспонента матрицы и способы ее вычисления. Фундаментальная система решений линейной однородной системы с постоянной матрицей.
- (14) Дифференциальные уравнения высокого порядка. Канонический изоморфизм. Линейные дифференциальные уравнения: размерность пространства решений, фундаментальная система решений, определитель Вронского и его свойства, метод вариации постоянных.
- (15) Фундаментальная система решений линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами. Решение неоднородных уравнений с квазимногочленом в правой части.
- (16) Обобщенные функции. Дельта функция Дирака. Дифференцирование обобщенных функций. Свертка обобщенной функции и пробной функции. Фундаментальное решение. Построение фундаментального решения линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами.
- (17) Устойчивость и асимптотическая устойчивость. Устойчивость линейной системы. Описание устойчивости в терминах оператора монодромии для линейных систем с постоянными коэффициентами. Устойчивость маятника с колеблющейся точкой подвеса.
- (18) Функция Ляпунова и достаточные условия устойчивости. Исследование устойчивости по первому приближению.