

Домашнее задание № 5 1/2

Все задачи сдаются письменно.

Задача засчитывается, если сданы все её пункты.

Задача 1. Составьте таблицы умножения для колец $\mathbb{Z}/(m)$ с $4 \leq m \leq 8$. В каждом из них найдите:

- а) все обратимые элементы
- б) все квадраты
- в) все делители нуля¹
- г) все нильпотенты².
- д) Для обратимых элементов напишите таблицу обратных.

Задача 2. Найдите все $m \in \mathbb{N}$ с $\varphi(m) = 10$.

Задача 3. Найдите все натуральные числа, делящиеся на 30 и имеющие ровно 30 натуральных делителей.

Задача 4. Найдите наибольшее целое отрицательное число, сравнимое с 7, 8 и 9 по модулям 11, 12 и 13 соответственно.

¹Элемент a называется делителем нуля, если $ab = 0$ для некоторого $b \neq 0$.

²Элемент a называется нильпотентом, если $a^n = 0$ для некоторого $n \in \mathbb{N}$.