Материалы к семинарам по гладким многообразиям
(01.10.2018–14.10.2018)

Задача 3.1. Докажите, что всякое связное ориентируемое многообразие имеет ровно 2 ориентации.

Задача 3.2. Постройте явно два неэквивалентных ориентирующих атласа S^2 (и проверьте, что они не эквивалентны).

Задача 3.3. Покажите, что $\mathbb{R}P^n$ является ориентируемым многообразием, если n нечетно, и неориентируемым – если n четно.

Задача 3.4. Рассмотрим множество M прямых на плоскости $\mathbb{R}^2$ (всех прямых, не только проходящих через начало координат), а также два подмножества в нем: множество U невертикальных прямых и множество V негоризонтальных прямых. Пусть $\phi : U \to \mathbb{R}^2$ переводит прямую, задаваемую уравнением вида $y = u_1x+u_2$, в (u_1, u_2), а $\psi : V \to \mathbb{R}^2$ переводит прямую, задаваемую уравнением вида $x = v_1x+v_2$, в (v_1, v_2). Докажите, что (U, ϕ), (V, ψ) вместе задают на M структуру гладкого многообразия. Является ли это многообразие ориентируемым?

Задача 3.5. Докажите, что край компактного многообразия является компактным многообразием. Верно ли обратное?

Задача 3.6. Может ли неориентируемое многообразие быть краем некоторого другого многообразия?