

Коллоквиум по дискретной математике

Требуется знать все формулировки и доказательства утверждений без звёздочки

1. Множества, подмножества. Операции с множествами: объединение, пересечение, разность, симметрическая разность. Дополнение к множеству. Декартово произведение множеств. Теоретико-множественные тождества.
2. Отображения множеств. Инъекции, сюръекции, биекции. Определение обратного отображения. График отображения. Композиция отображений. Ассоциативность композиции. Образ элемента, множества, подмножества; полный прообраз.
3. Алгебра логики: логические переменные, логические связки, кванторы всеобщности и существования. Таблицы истинности для конъюнкции, дизъюнкции, импликации, отрицания. Доказательство тождеств при помощи таблиц.
4. Высказывания и булевы функции. * Выразимость любой булевой функции от n переменных через конъюнкцию, дизъюнкцию и отрицание.
5. Законы де Моргана. Отрицание и кванторы.
6. Десятичные дроби. Число представляется периодической дробью тогда и только тогда, когда оно рационально. * Другие системы счисления.
7. Индукция, дедукция, метод доказательства "от противного". Задача о раскраске плоскости, разрезанной прямыми. * Задача о ханойской башне.
8. * Неравенство о среднем арифметическом и среднем геометрическом для n переменных.
9. Основные приёмы комбинаторных вычислений. Перестановки, размещения, сочетания. Треугольник Паскаля и бином Ньютона. Комбинаторные доказательства основных тождеств для сочетаний: $C_n^k = C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1}$, $\sum_{i=0}^n C_n^i = 2^n$.
10. Мультиномиальные коэффициенты.
11. Отношения. Отношения эквивалентности. Классы эквивалентности. Рациональные числа и вычеты как классы эквивалентности.
12. Мощность множества. Теорема Кантора-Бернштейна (только формулировка).
13. Счётные и несчётные множества. Диагональный аргумент Кантора. Несчётность отрезка.
14. Порядки. Частично упорядоченные множества. Линейно упорядоченные множества.